

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACION

TESIS DOCTORAL

ESTUDIO DE LAS DEFLEXIONES TRANSVERSALES
ELECTRO Y MAGNETOOPTICAS EN CRISTALES LIQUIDOS

Director de Tesis:

D. José A. Martín Pereda

Autor:

D. Miguel A. Muriel Fernandez

JUNIO, 1.980

A MIS PADRES.
A MI HERMANA.
A MERCEDES.

ERRATAS ADVERTIDAS

- Pag. 11, última línea, donde dice "intersección", debe decir "interacción".
- Pag. 12, línea 4 por debajo, donde dice "Teniendo", debe decir "teniendo", y al margen.
- Pag. 12, línea 13 por debajo, donde dice "energía libre", debe decir "densidad de energía libre".
- Pag. 38, donde dice "HUMBRAL", debe decir " H_{UMBRAL} ".
- Pag. 48, línea 11, donde dice "se desprende", debe decir "Al depender".
- Pag. 52, línea 6, donde dice "nw", debe decir "mw".
- Pag. 61, línea 21, donde dice " $x =$ ", debe decir " $\Delta x =$ ".
- Pag. 86, en la expresión (3.2-33), donde dice " $\gamma = [\quad]$ ", debe decir " $\gamma = \phi [\quad]$ ".
- Pag. 91, en la expresión (3.2-43a), donde dice " $\gamma = \text{sen } \phi [\quad]$ ", debe decir " $\gamma = \text{sen } 2\phi [\quad]$ ".
- Pag. 124, línea 17, donde dice "un ángulo con", debe decir "un ángulo μ con".
- Pag. 131, línea 4, donde dice "(3.2.1-2)", debe decir "(4.2.1-2)".
- Pag. 142, en la expresión (4.4.1.3), donde dice " $\frac{d}{dr} \left[\frac{\partial [\quad]}{\partial \phi} \right]$ ", debe decir " $\frac{d}{dr} \left[\frac{\partial [\quad]}{\partial \phi} \right]$ ".
- Pag. 150, en la expresión (4.4.2.3), donde dice "entorno", debe decir "contorno".
- Pag. 172, la figura al pie de la página es la 4.4.3.5.
- Pag. 176, línea 18, donde dice " $\phi_1 = 20^\circ$ ", debe decir " $\phi_1 = 30^\circ$ ".
- Pag. 189, en todas las expresiones donde aparece K_1 , debe decir k_1 .
- Pag. 190, en todas las expresiones donde aparece K_2 , debe decir k_2 .
- Pag. 193, línea 6, donde dice "chevrous", debe decir "chevrons".
- Pag. 200, línea 26, donde dice "portación", debe decir "aportación".
- Pag. 201, donde dice Fig. 4.3.5.2, debe decir 4.5.3.2.
- Pag. 203, línea 1, falta multiplicar el numerador por π .
- Pag. 216, el tramo inferior de la curva es a 20°C , y el superior a 50°C .
- Pag. 125, línea 7, donde dice "mediante 4.2.8", debe decir "mediante 4.2.7".

AGRADECIMIENTOS:

Deseo, en primer lugar, agradecer al Director de Tesis, D. José A. Martín Pereda, su incondicional apoyo y ayuda para la realización del presente trabajo.

Igualmente, quiero destacar a los siguientes miembros de la Cátedra de Tecnología, por la ayuda recibida de los mismos, en algunas partes del mismo:

al Sr. López Hernández por indicaciones relativas a programación,

al Sr. Pereira Sieso, por la realización de las fotografías.

al Sr. García Gutierrez por la ayuda prestada en la realización de algunas figuras.

a los Sres. García Vicente y Trell Escudero por su colaboración en el desarrollo de la parte experimental.

También expreso mi agradecimiento al Profesor Hernando, de la Cátedra de Magnetismo de la U.C. por su ayuda en la calibración del electroimán empleado. Al Sr. Barranco por la realización del termostato empleado para las medidas térmicas.

Por otra parte, quiero señalar mi reconocimiento al Profesor Scudieri, de la Universidad de Roma, gracias al cual, y a la correspondencia mantenida entre él y el director de Tesis, reconocí la importancia de la interferometría Mach-Zehnder en estos temas.

Finalmente, y como colofón, deseo agradecer a la Srta. Soledad el interés puesto en la mecanografía del presente trabajo y sin la cual el mismo no se habría concluido en la fecha deseada.

INDICE

INDICE

	<u>Pág.</u>
RESUMEN	
INTRODUCCION	1
CAPITULO I. CONSIDERACIONES GENERALES	7
1.1 Introducción al Capítulo.	8
1.2 Características Generales de los Cristales líquidos	9
1.3 Introducción a la teoría del Continuo Elástico	11
1.4 Introducción a la Electrohodinámica de los Cristales líquidos	14
1.5 Comentarios a las estructuras y técnicas de alineamiento en las paredes	18
1.6 Breve introducción al tema de la deflexión óptica	18
1.7 Técnicas Generales de deflexión de la radiación luminosa	19
1.8 Deflectores con cristales líquidos	21
CAPITULO II. TECNICAS DE CARACTERIZACION DEL MATERIAL	25
2.1. Introduucción al Capítulo	26
2.2 Anisotropía magnética y su dependencia con la temperatura	27
2.3 Constantes dieléctricas. Anisotropía dieléctrica y su dependencia con la temperatura	29
2.4 Determinación de las constantes elásticas de Frank del cristal líquido y su dependencia con la temperatura	33
2.5 Determinación de los índices de refracción del cristal líquido. Dependencia con la frecuencia y la temperatura	46

	<u>Pág.</u>
2.6 Parámetro de orden. Dependencia con la temperatura.	65
2.7 Viscosidad media.	68
CAPITULO III. ORIENTACION DE LAS MOLECULAS DE CRISTAL LIQUIDO EN ESTRUCTURAS CILINDRICAS Y EN CUÑA, EN PRESENCIA DE CAMPOS.	72
3.1 Introducción	73
3.2 Alineamiento del cristal líquido sometido a campos constantes aplicados en estructuras cilíndricas.	74
3.2.1 Alineamiento en estructuras cilíndricas con tratamiento homeotrópico.	81
3.2.2 Alineamiento en estructuras cilíndricas con tratamiento planar principal.	90
3.3 Alineamiento del cristal líquido sometido a campos aplicados en estructuras en cuña.	95
3.3.1 Estructura homogénea paralela en cuña	97
3.3.2 Estructura homogénea perpendicular en cuña.	102
3.3.3 Estructura homeotrópica en cuña.	103
3.3.4 Estructura torsionada en cuña.	105
3.4 Caracterización empírica de las anteriores estructuras	108
3.4.1 Caracterización empírica de estructuras cilíndricas por medio de interferometría.	108
3.4.1.1 Análisis interferométrico aplicado a estructuras cilíndricas homeotrópicas.	112
3.4.1.2 Análisis interferométrico aplicado a estructuras cilíndricas homogéneas	118

	<u>Pág.</u>
3.4.2 Caracterización empírica de estructuras cilíndricas por otros métodos.	118
3.4.3 Caracterización empírica de estructuras en cuña.	118
	119
CAPITULO IV. ESTUDIO DE LA DEELEXION EN LAS ANTERIORES ESTRUCTURAS.	121
4.1 Introduucción.	122
4.2 Fundamentos teóricos.	123
4.2.1 Comportamiento de la polarización de la radiación luminosa en estructuras birrefringentes variables mediante la esfera de Poincaré.	125
4.2.2 Análisis de Fermat aplicado a medios anisótropos.	129
4.3 Refracciones en los contornos de medios anisotropos	133
4.4 Estudio de estructuras cilíndricas	139
4.4.1 Deflexión de la radiación luminosa por una estructura cilíndrica de cristal líquido esméctico-A, tratada homeotrópicamente.	139
4.4.2 Deflexión de la radiación luminosa por una estructura cilíndrica de cristal líquido nemático, tratada homeotrópicamente.	150
4.4.3 Deflexión de la radiación luminosa por una estructura cilíndrica de cristal líquido nemático con alineamiento homogéneo.	171
4.5 Estudio de estructuras en cuña.	178
4.5.1 Deflexión de la radiación luminosa por estructuras en cuña de cristal líquido nemático en ausencia de campos externos.	178

4.5.2 Deflexión de la radiación luminosa por estructuras en cuña de cristal líquido nemático de anisotropía ne- gativa con campos eléctricos.	193
4.5.3 Deflexión de la radiación luminosa por estructuras en cuña de cristal líquido nemático de anisotropía po- sitiva con campos eléctricos y mag- néticos.	199
4.6 Dinámica de las anteriores estructuras	207
4.6.1 Dinámica en estructuras cilíndricas.	208
4.6.2 Dinámica en estructuras en cuña.	210
CONCLUSIONES.	218
BIBLIOGRAFIA.	225
APENDICES.	244
APENDICE A. Detalle parcial del comportamien- to (campo magnético-corriente) del electroimán empleado, en fun- ción de la separación entre pie- zas polares.	245
APENDICE B. Programa empleado para el cálcu- lo de la trayectorias en estruc- turas cilíndricas (plano $r-\phi$)	247
APENDICE C. Programa para el análisis inter- ferométrico de Mach-Zehnder.	248
APENDICE D. Programa para el cálculo de la trayectoria en estructura cilín- drica homeotrópica (plano $x-z$)	249

"Ninguna cosa se hace por tanteos,
sino que se hacen todas "de" Cuenta-
y-razón y "por" Necesidad.

LEUCIPO DE ABDERA: "Sobre el
Espíritu"

RESUMEN

En la presente Tesis se desarrolla un estudio sistemático de las posibles estructuras basadas en cristales líquidos del tipo nemático que puedan tener interés como dispositivos deflectores de radiación luminosa. Las estructuras estudiadas han sido, esencialmente, las cilíndricas y las en cuña ya que, según se mostrará, las paralelas ofrecen muy pocas ventajas con respecto a aquellas.

Los objetivos esenciales, en consecuencia, son los siguientes:

1.- Estudio teórico de la orientación interna de las moléculas en el interior de estructuras cilíndricas y en cuña, dependiendo del tratamiento dado a las paredes.

2.- Análisis empírico de los anteriores resultados. Estudio de la concordancia con el modelo teórico presentado.

3.- Estudio de la influencia de campos externos, eléctricos y magnéticos, sobre las anteriores orientaciones. Obtención de un nuevo modelo teórico y concordancia con los datos experimentales. Variación con la temperatura.

4.- Análisis de las trayectorias de una radiación luminosa en el seno de las estructuras estudiadas en los apartados anteriores. Influencia de los campos externos sobre los ángulos de salida

5.- Aplicación de los resultados anteriores a dispositivos de deflexión de luz. Realización práctica de los mismos.

Los resultados obtenidos confirman la suposición inicial de que los cristales líquidos del tipo nemático son un candidato altamente prometedor como medio deflector de luz. Las estructuras cilíndricas, aunque efectivas en dicha deflexión, al poder ser actuadas únicamente con campos magnéticos, carecen de la suficiente versatilidad como para justificar su posterior empleo. Las estructuras en cuña, por otra parte, al poder trabajar tanto con campos eléctricos como magnéticos, ofrecen en principio una serie de ventajas que no poseen las otras estructuras posibles.

Además, al poder trabajar con distancias del orden de algunas micras, su posible empleo futuro en Optica Integrada es mucho mas factible. Este hecho, por otra parte, de las pequeñas distancias en juego hace posible la ampliación del margen superior de modulación a frecuencias no alcanzadas con otros dispositivos análogos.

En paralelo con estos resultados de deflexión, y como es lógico, se han obtenido también resultados de modulación con características, igualmente, muy superiores a las obtenidas previamente por otros investigadores del tema.

Finalmente hay que señalar que, de manera incidental y a lo largo del presente trabajo, se han encontrado nuevas configuraciones internas de dominios de nemáticos cuyo detalle empírico se ofrece aquí, sin que se haya presentado una justificación teórica de las mismas ya que queda fuera del presente estudio.

INTRODUCCION

INTRODUCCION

La presente Tesis Doctoral forma parte de un Proyecto de Investigación iniciado en el año 1976 por el hoy Departamento de Tecnología Electrónica y Electrónica Cuántica de la ETSIT de la UPM y tenía como fin el del estudio de nuevos materiales y tecnologías que pudieran resultar de interés en el campo de las Comunicaciones Ópticas. Este proyecto de investigación fue iniciado con una ayuda recibida de la Comisión Asesora de Investigación Científica y Técnica para los años 1976-1979 y en la actualidad se continua gracias al impulso recibido entonces.

En esta búsqueda de nuevos materiales y tecnologías se desecharon, desde un principio, aquellos materiales que, desde el inicio de la década de los sesenta, había constituido la piedra angular de la Electrónica Cuántica, esto es, los materiales sólidos por un lado y los líquidos convencionales por otros. Los primeros fueron rechazados por dos razones muy evidentes y que desaconsejaban su empleo si con ellos se pretendía obtener resultados satisfactorios. Por una parte, eran materiales muy costosos y el trabajar con ellos requería, además de un presupuesto elevado, una tecnología más depurada de la que se podía disponer en aquel momento. Por otra, la mayor parte de los grandes grupos de investigación estaban centrados en su estudio y, en consecuencia, sería muy difícil la obtención de resultados además de favorables, nuevos. Por otro lado, los líquidos convencionales, a la vista de los resultados obtenidos por otros grupos, no presagiaban conclusiones ventajosas; su uso se había limitado a los láseres de colorantes orgánicos y ciertas modulaciones basadas en el S_2C .

Debido a lo anterior, el grupo dirigido por el Catedrático Dr. Martín Pereda centró sus estudios en un nuevo grupo de materiales que, aunque conocidos desde hacia bastantes años, aún no habían sido aprovechados en todo lo que, según intuía este grupo

podían dar de sí.

El primer resultado de estos trabajos fue la Tesis Doctoral, presentada en el año 1979, por el Dr. Sansa Torres. En esta Tesis se iniciaron los primeros trabajos sobre modulación de luz por cristales líquidos nemáticos, centrándose en dos hechos en particular. Uno era el estudio de la influencia de campos magnéticos sobre estructuras cilíndricas homeotrópicas de nemáticos. El problema, en cierta forma bastante complejo, se resolvió esencialmente por cálculo numérico llegándose a unas determinadas conclusiones que eran válidas en la mayoría de sus puntos. El otro hecho analizado fue el de las pérdidas de atenuación que experimentaría una radiación láser en su paso por una guía cilíndrica como la estudiada en el punto anterior. Se presentó un modelo que guardaba una mayor concordancia con los datos experimentales, que los modelos presentados por otros investigadores quedando así abierta una puerta para continuar con un estudio más exhaustivo del tema. La modulación obtenida, por otra parte, basada en campos magnéticos sobre estructuras cilíndricas llegaba a frecuencias bastante bajas, aproximadamente unos 100Hz como máximo. Número este que era del mismo orden de magnitud que el obtenido por otros grupos con otras técnicas y para los mismos materiales.

En el intento de seguir por el camino iniciado en la Tesis del Dr. Sansa, y teniendo ahora como meta la obtención de dispositivos deflectores de luz basados en cristal líquido del tipo nemático, se comenzó la experimentación con estructuras de tipo cilíndrico, no empleadas por ningún otro grupo de investigación. Estructuras del tipo paralelo ("sandwich") eran las comunmente usadas. Según se vió empíricamente, para unos ciertos ángulos de incidencia, con respecto al eje del capilar, de una radiación polarizada en determinadas direcciones, aparecían dos rayos polarizados perpendicularmente entre sí, uno de los cuales era muy sensible, en su ángulo de salida, a la presencia o no de campos magnéticos. Este hecho, no estudiado por Sansa, obligaba a una mayor profundización en el comportamiento de las estructuras cilíndricas ante el paso transversal de una radiación por ellas. Era necesario conocer más a fondo cuál era la verdadera configuración íntima de las moléculas ante la presencia de campos y, cómo estas configura

ciones afectaban al paso de luz a su través.

Pero este camino, que se ha desarrollado de forma sistemática y casi exhaustiva en el presente trabajo, ofrecía una notoria limitación: la imposibilidad de trabajar con campos eléctricos que, como ya es sabido, son mucho más fáciles de implementar. La solución para ello la daban, parcialmente, las estructuras paralelas o en sandwich, utilizadas por otros grupos. Estas estructuras, con electrodos transparentes fáciles de depositar, permitían una gran sencillez en el empleo de campos eléctricos y magnéticos conjuntamente. Pero no ofrecían la ventaja de la fácil separación de rayos de las cilíndricas y, en consecuencia, era prácticamente imposible constituir con ellos deflectores de radiación luminosa.

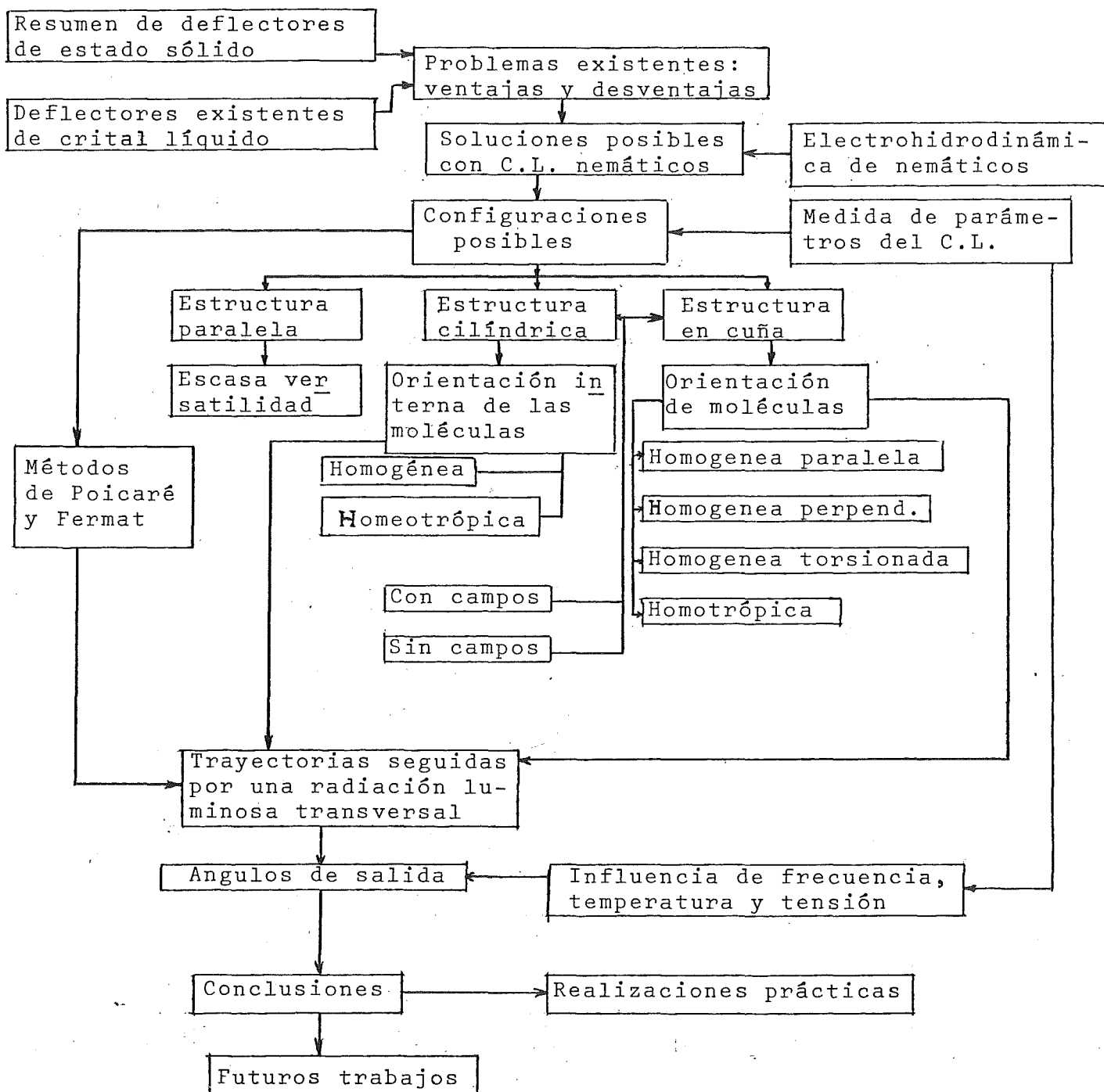
La solución adoptada en el presente trabajo, y que constituye su principal aportación, fue la de utilizar estructuras en forma de cuña, con ángulo muy pequeño, del orden de entre 1° y 2° , que conjugaban las dos ventajas de las anteriores estructuras sin, prácticamente, ninguna de sus desventajas. Estas estructuras no han sido utilizadas con fines de deflexión ni de modulación por ningún otro grupo trabajando en el tema y, con toda seguridad constituyen una solución positiva a este problema; solución, por otra parte, que basada en materiales fáciles de manejar y relativamente económicos, es mucho más asequible que las convencionales con materiales sólidos. El estudio de estas nuevas estructuras, efectuado en este trabajo de una forma sistemática en todas sus posibles configuraciones, ha dado pie para la realización práctica de un conjunto de dispositivos de deflexión, tanto analógicos como digitales cuyo comportamiento, que será presentado también aquí, es muy superior a todos los basados en los cristales líquidos que han aparecido en la literatura del tema hasta la fecha. Además, estas mismas estructuras, pueden servir igualmente como moduladores electro y magneto-ópticos, hecho este que da un mayor peso a la estructura en cuña aquí presentada.

Finalmente hay que señalar que, en paralelo con los estudios de deflexión (modulación) realizados se han obtenido también

una serie de resultados de caracter físico tampoco obtenidos hasta la fecha. Estos resultados, relacionados esencialmente con la estructura interna de las agrupaciones de moléculas de nemáticos, esto es, con su estructura en dominios dependiendo de la tensión y la frecuencia aplicadas, han dado lugar a la certeza de la existencia de nuevas estructuras a altas frecuencias que serán comentadas brevemente en este trabajo y que no han sido reportadas por otros investigadores. Al considerarse que estos hechos no constituyen el objetivo central de la presente Tesis Doctoral serán meramente bosquejados, sin que se analice su significado ni se intente su explicación.

Como resumen de todo lo anterior, se presentaría el esquema con arreglo al cual se va a estructurar el presente trabajo. Este esquema está basado esencialmente en un enfoque heurístico (Ref. 101) del tema mas que en uno histórico o en uno axiomático. Se presupondrán conocidos una serie de hechos, tales como los diferentes tipos de cristales líquidos y la teoría del continuo elástico, que ya fueron vistos en la Tesis Doctoral del Dr. Sansa. Aquellas herramientas de tipo matemático o físico, que no han sido empleadas en este campo, serán vistas de forma elemental; así se hará una breve introducción del método de la esfera de Poincaré y de los de Grandjean para el estudio de medios anisótropos. Igualmente, aquellas técnicas experimentales ampliamente utilizadas en otros campos pero no en este, como es el de la interferometría de Mach-Zehnder, serán someramente introducidas.

El resumen así del presente trabajo es el siguiente:



CAPITULO I. CONSIDERACIONES GENERALES

1.1. INTRODUCCION AL CAPITULO

En este capítulo se van a exponer brevemente los conceptos sobre orientación molecular, utilizados en este trabajo, así como los fundamentos de la deflexión. Se comienza haciendo un resumen de las principales propiedades de los cristales líquidos, centrándose de modo especial en los nemáticos. Posteriormente se comentan las teorías que proporcionan la orientación molecular del cristal líquido, con y sin campos externos, porque estas orientaciones son las que van a determinar las trayectorias seguidas por la radiación luminosa, a su paso por el cristal líquido, y la influencia de los campos aplicados sobre ellas.

Después se indican las técnicas de alineamiento en paredes y estructuras, acabando con un repaso de los deflectores ópticos en general, y en particular los deflectores que utilizan cristal líquido.

1.2. CARACTERISTICAS GENERALES DE LOS CRISTALES LIQUIDOS

Los cristales líquidos se han estudiado en muchas referencias, pudiendo destacarse como las más importantes, las refs. (48), (24), (18). Por lo tanto solo se hará una introducción recordatoria de ellos.

El término cristal líquido significa un estado de agregación que es intermedio entre el sólido cristalino y el líquido isótropo. Como regla, una sustancia en este estado es muy anisótropa en algunas de sus propiedades, exhibiendo un cierto grado de fluidez, que en algunos casos puede compararse con un líquido ordinario.

Las primeras observaciones del líquido cristalino (o su conducta mesomórfica) se hicieron al final del siglo pasado por Reibnitzer y Lehmann. Varios miles de compuestos orgánicos forman cristales líquidos. Un requerimiento esencial para que el mesomorfismo pueda darse, es que la molécula debe ser geométricamente anisótropa, normalmente larga y estrecha. Dependiendo de la geometría molecular, el sistema puede pasar a través de una o más mesofases, antes de transformarse en un líquido isótropo. Un interesante trabajo sobre la historia de los cristales líquidos viene dado en la ref.88.

Las transiciones a estos estados intermedios puede ser de dos formas diferentes: por proceso puramente térmico (mesomorfismo termotrópico) o por influencia de disolventes (mesomorfismo "liotrópico"). En este trabajo se utilizan los cristales líquidos termotrópicos y por tanto se van a revisar a continuación.

Siguiendo la nomenclatura, propuesta originalmente, por Friedel, los cristales líquidos termotrópicos se clasifican en tres grupos fundamentales: nemáticos, colestéricos y esmécticos.

El cristal líquido nemático tiene un alto grado de orden orientacional de largo alcance, aunque los centros de sus moléculas están distribuidos al azar. Por lo tanto, se diferencia del

líquido isótropo en que sus moléculas se orientan espontáneamente con sus ejes largos aproximadamente paralelos. La dirección preferida varía normalmente, de un punto a otro del medio, pero una muestra homogéneamente alineada es ópticamente uniaxial, positiva y muy birrefringente. La mesofase nemática debe su fluidez a la facilidad con que las moléculas se pueden trasladar, manteniendo su paralelismo. El vector cuya dirección coincide con el eje mayor de las moléculas se denomina director y se representa por \hat{n} .

La mesofase colestérica posee un grado de fluidez comparable con la nemática. Su orden local es muy similar al orden nemático, sin embargo el orden en gran escala tiene una estructura en hélice, caracterizada por su paso. La estructura nemática es un caso particular de la estructura colestérica (paso ∞).

La mesofase esméctica tiene a su vez varias subfases (A, B, C), caracterizándose por su alta viscosidad, que prácticamente le hace insensible a los agentes exteriores (campos) que pudieran modificar su orientación molecular. La mesofase esméctica A se orienta en capas cuyo espesor es del orden del eje mayor de las moléculas, encontrándose estas perpendiculares a dicha capa. Ópticamente la mesofase esméctica-A es uniaxial. Sin embargo la mesofase esméctica-C es biaxial.

Al estar centrado este trabajo en los cristales líquidos nemáticos, se definirán brevemente a continuación las magnitudes físicas originadas por su comportamiento anisótropo:

- Anisotropía dieléctrica ($\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$), donde ϵ_{\parallel} y ϵ_{\perp} se refieren a la constante dieléctrica medida longitudinal (\parallel) y perpendicularmente (\perp) respecto de la molécula. Puede ser positiva o negativa. También aparece como $\Delta\epsilon$.

- Anisotropía magnética ($\chi_a = \chi_{\parallel} - \chi_{\perp}$), con el mismo sentido expresado anteriormente. Es positiva para todos los cristales líquidos nemáticos. χ significa susceptibilidad magnética.

- Anisotropía de los índices de refracción ($\Delta n = n_e - n_o$), donde n_e significa índice extraordinario (longitudinalmente al eje de la molécula) y n significa índice ordinario (perpendicular al eje de la molécula). Δn es positiva para todos los nemáticos.

ϵ_a y χ_a , junto con las constantes elásticas de Frank (K_i) darán la orientación de las moléculas del cristal líquido mediante la teoría del continuo elástico. Para anisotropía dieléctrica negativa es necesario considerar los efectos electrohidrodinámicos que se comentarán en otro apartado.

Al ser el cristal líquido nemático uniaxial localmente (su eje óptico coincide con el eje de la molécula), y conociendo Δn se puede analizar su comportamiento óptico. Al reorientarse las moléculas de cristal líquido, debido a la aplicación de campos eléctricos o magnéticos, se logra que varíen las trayectorias transversales de la radiación luminosa, que atraviesan las diferentes configuraciones de cristal líquido.

Es el objeto de este trabajo estudiar estas variaciones de las trayectorias, así como la de los ángulos de salida de la radiación luminosa.

A continuación se comentan las teorías del continuo elástico y electrodinámica, por medio de las que se conoce la orientación molecular, así como la influencia de la aplicación de campos externos en esta orientación.

1.3. INTRODUCCION A LA TEORIA DEL CONTINUO ELASTICO

Esta teoría proporciona el ordenamiento del interior del cristal líquido, ante la aplicación de campos externos. Sus características de interés se pueden resumir en: a) la energía involucrada, por molécula, es muy pequeña comparada con la energía de intersección molecular y b) las distancias a las que tiene lu-

gar la interacción son mucho mayores que las dimensiones moleculares.

Por lo tanto, para describir estos fenómenos de largo alcance es mucho mas conveniente considerar el interior del cristal líquido como un medio continuo, con sus constantes elásticas. Desde este punto de vista Zocher (ref.162), Oseen (ref.116) y Frank (ref. 45) han desarrollado una teoría que explica muchos efectos observados en cristales líquidos, pero no todos (como efectos electrodinámicos).

El interior del cristal líquido tenderá a un ordenamiento local, definido por el director de las moléculas en cada punto, siendo adoptada la orientación molecular (o de directores) que minimice la energía libre del sistema frente a agentes externos (orientación en paredes, campos aplicados, etc.). Esta densidad de energía libre (F) es función de términos dependientes de la orientación, que son los que hay que estudiar en cada caso. Bajo los supuestos comentados al principio de este apartado, Frank (ref. 45) logró la expresión de la energía libre, en ausencia de campos externos, que viene dada por:

$$F = \frac{1}{2} (K_1(\text{div } \hat{n})^2 + K_2(\hat{n} \cdot \text{rot } \hat{n})^2 + K_3(\hat{n} \wedge \text{rot } \hat{n})^2)$$

donde:

\hat{n} (director) viene expresado en el sistema de coordenadas elegido para cada problema.

K_1 = constante elástica de Frank de divergencia

K_2 = " " " " " torsión,

K_3 = " " " " " flexión.

Teniendo dimensiones de energía/longitud (dinas o newtons), y representando la contribución a la densidad de energía de cada una de las distorsiones anteriores.

La energía del sistema vendrá dada por:

$$U = \iiint_{\text{VOLUMEN}} F \, dV$$

Con objeto de hacer mínima la energía libre del sistema, se aplican las ecuaciones del cálculo variacional, dando como resultado la orientación molecular de equilibrio.

Hasta aquí sólo se han tenido en cuenta los efectos de las paredes de la estructura soporte del cristal líquido. El efecto de la aplicación de campos eléctricos y magnéticos, en la densidad de energía libre viene dado por:

$$F = \frac{1}{2} (K_1 (\text{div } \hat{n})^2 + K_2 (\hat{n} \cdot \text{rot } \hat{n})^2 + K_3 (\hat{n} \wedge \text{rot } \hat{n})^2 - \epsilon_a (\vec{E} \cdot \hat{n})^2 - \chi_a (\vec{H} \cdot \hat{n})^2)$$

como se muestra en las ref. (143), (48) y (125).

La aplicación de las técnicas del cálculo variacional, para esta nueva densidad de energía libre, proporciona la variación en la orientación molecular provocada por la aplicación de estos campos, que a su vez influirá en la variación de las trayectorias de la radiación luminosa a su paso por dicha orientación molecular de cristal líquido.

En el caso de cristales líquidos colestéricos la expresión de F queda modificada en el término de torsión en la forma, $K \left(\hat{n} \cdot \text{rot } \hat{n} - \frac{\pi}{p_c} \right)^2$, donde p_c es el paso de la estructura colestérica.

Para los cristales líquidos esmécticos A, F queda reducido al término de la divergencia, $\frac{1}{2} K_1 (\text{div } \hat{n})^2$.

Al ser las conductividades del cristal líquido muy pequeñas, no se tendrán en cuenta. Trabajos de Gruler (ref. 62) y Bata (ref. 5) han versado sobre su influencia en la teoría del continuo elástico.

Especial atención merecen en esta tesis los trabajos de la teoría del continuo elástico aplicada a estructuras cilíndricas, como son los de Barrat (ref. 4), Dzyaloshinskiĭ (ref. 41) y Ranganath (ref.130) y (ref.131), todos ellos sin campos externos aplicados; siendo en este trabajo donde por primera vez se dan las ecuaciones de equilibrio en coordenadas cilíndricas con campos externos, en el capítulo III.

La comprobación de la orientación molecular, predicha por la teoría del continuo elástico, en estructuras cilíndricas se encuentra en trabajos de Cladis y Kleman (ref. 29) y (ref. 89), el "escape a la tercera dimensión" asimismo predicho por dicha teoría fue dado a conocer por Williams, Pieranski y otros (ref. 159) y (ref. 160). Realizaciones prácticas en capilares han sido dadas a conocer por Meyer (ref.108) y Melzer y Nabarro (ref.107) y (ref. 106).

Se pasa a continuación a exponer brevemente la teoría electrodinámica que proporciona la orientación molecular para anisotropía dieléctrica negativa y alineamiento inicial perpendicular al campo eléctrico aplicado.

1.4. INTRODUCCION A LA ELECTROHIDRODINAMICA EN CRISTALES LIQUIDOS

Como ya se ha indicado al final del apartado anterior, para la orientación molecular paralela a las paredes (perpendicular al campo eléctrico aplicado), que de acuerdo con la teoría del continuo elástico (con anisotropía dieléctrica negativa) es orientación de equilibrio; se originan las inestabilidades hidrodinámicas. Aunque en artículos de Penz (ref. 117), De Jeu (ref. 80) y Gruler (ref. 64) se apunta la posibilidad de existencia de inestabilidades electrodinámicas en cristales líquidos con anisotropía dieléctrica positiva (para orientación molecular paralela al campo eléctrico aplicado), para casos muy especiales, no se

considerarán debido a que no han aparecido en el transcurso de las experiencias realizadas en este trabajo; además todas las teorías se aplican al caso de cristales líquidos con anisotropía dieléctrica negativa.

Para bajas frecuencias (por debajo de la frecuencia de corte que divide los dos regímenes que aparecen) al llegar a un voltaje que oscila entre 7 y 8 voltios aparecen los dominios de Williams que se caracterizan por líneas paralelas, que son visibles para polarización paralela a la orientación inicial de las moléculas. Por medio de una lente se puede proyectar estos dominios en una pantalla. En el apartado 4.5.2 de este trabajo se muestra una fotografía de estos dominios obtenido en los experimentos de este trabajo. El voltaje umbral al que aparecen estos dominios es independiente de la distancia entre electrodos cuando es mayor de 10 μ m.

Estos dominios fueron observados por vez primera por Williams (ref. 158) y posteriormente han sido observados por Bolomey (ref. 14), Durand (ref. 40), Helfrich (ref. 72) Assouline (ref. 1). Raynes y Ogawa (ref. 132) y (ref. 112) han observado también estos dominios en estructuras torsionadas (twist). Tsuchiya y Nakamura han experimentado la influencia de campos magnéticos en la formación de estos dominios en la ref. 155 .

Varios modelos han sido propuestos para explicar estas inestabilidades, entre los que merecen destacarse los de Helfrich (ref. 73), Penz y Ford (ref. 121), Gruler (ref. 64), Carroll (ref. 22). No obstante todavía no están comprendidos los efectos de los electrodos en dichas inestabilidades, así como la existencia del efecto Felici que puede originarse a muy bajos y muy altas frecuencias. Se han hecho pruebas utilizando teflón como aislante entre los electrodos y el cristal líquido para evitar la aparición de este efecto.

Para una distancia entre electrodos mayor de $10\text{ }\mu\text{m}$, la periodicidad de los dominios de Williams es aproximadamente el doble de esta distancia y se mantiene constante para variaciones de voltaje, dentro del rango de existencia de estos dominios. Ahora bien, de acuerdo con Greubel y Wolff (ref. 60) y Penz (ref. 120) para una distancia menor de $10\text{ }\mu\text{m}$ se produce el llamado "modo de red de difracción variable" que se caracteriza por que la periodicidad de los dominios disminuye proporcionalmente al voltaje aplicado (siempre dentro del margen de estos dominios).

El modelo de Drumhead (ref. 120) y (ref. 118) sirve para caracterizar el ordenamiento interno de las moléculas, que para un alineamiento inicial paralelo al eje x (Fig. 1.4.1) viene dado, siguiendo las notaciones de dicha figura, por

$$\theta \approx \theta_0 \cos qx \cos \frac{\pi z}{d}$$

θ_0 = ángulo máximo de distorsión

d = distancia entre electrodos

$$q = \frac{2\pi}{p}$$

p = período espacial en x

Un estudio de la orientación molecular basado en este modelo ha sido realizado por Carroll (ref. 23) para diferentes voltajes aplicados.

Cuando el voltaje aplicado supera el margen de los dominios de Williams se produce la conocida dispersión dinámica, donde ya no existen dominios ni existe ningún orden interno, dispersando en todas las direcciones la luz que llega al cristal líquido. Este efecto ha sido reseñado por Heilmeyer y Zanoni (ref.

71) como régimen turbulento. No existe ninguna teoría que explique completamente este efecto ni la aparición de una segunda estrutura hidrodinámica, en la dispersión dinámica, referenciada por Sussman (ref. 150). Por otra parte no tiene ningún interés esta estructura debido a la ausencia de cualquier orden que pue

da controlarse por medio de campos externos. La zona de frecuencias inferiores a la frecuencia de corte también se denomina régimen de conducción.

Cuando la frecuencia del voltaje aplicado es superior a la frecuencia de corte (aproximadamente de 100 Hz, aumentando con las impurezas y la temperatura) aparecen los dominios típicos denominados "chevrons", por encima de un voltaje umbral proporcional a la distancia entre electrodos, mientras que el campo eléctrico umbral varía con la raíz de la frecuencia aplicada. A esta zona de frecuencias también se llama régimen dieléctrico.

Estos dominios han sido observados por Kashnow (ref.86), Balomey (ref. 14) y Galerne (ref. 47). Sus figuras de difracción se encuentran en la (ref.98) por Lu y Jones. Con cualquier tipo de luz pueden observarse estos dominios que se forman entre los producidos en el régimen de Williams.

El estudio de las inestabilidades hidrodinámicas bajo campos alternos, ha sido realizado por Dubois-Violette (ref. 39) y el grupo de Orsay (ref.113), (ref.114) y (ref.115). Para régimen pulsado puede destacarse el trabajo de Jeu (ref.81). Pero todas estas teorías no explican efectos tales como los encontrados por Petrescu y Giurgea (ref.122), faltando por tanto un tratamiento riguroso de todos estos fenómenos.

Una característica muy importante de los "chevrons" es la rapidez con que conmutan al desaparecer. Este efecto fue descubierto por Heilmann y Helfrich (ref.70) denominándose en la bibliografía como "fast turn-off mode".

Un resumen detallado de todos estos efectos puede encontrarse en los trabajos de Helfrich (ref. 74) y Goossens (ref. 56).

1.5. COMENTARIO A LAS ESTRUCTURAS Y TECNICAS DE ALINEAMIENTO EN PAREDES

Al existir el precedente de la tesis (ref.136) realizada por el Laboratorio de Tecnología Electrónica y Electrónica Cuántica, se utilizaron los mismos métodos para la orientación del cristal líquido en las paredes. No se considera necesario repetir lo ya expuesto en dicha referencia.

Por otra parte las estructuras en cuña se realizaron con portaobjetos de microscopio donde ya se habían depositado los electrodos transparentes de S_nO_2 . Con objeto de evitar el contacto en el vértice de la cuña (donde se juntan los portaobjetos soportes de la estructura) se eliminó una pequeña franja de uno de los electrodos mediante un abrasivo. Con ello se logró evitar el posible contacto entre los dos electrodos constituyentes de la estructura.

A continuación se pasarán a comentar los métodos de deflexión óptica y en particular los que utilizan cristales líquidos.

1.6. BREVE INTRODUCCION AL TEMA DE LA DEFLEXION

El desarrollo de los métodos para la deflexión óptica, ha sido estimulado con el descubrimiento del laser, con su intensa y colimada radiación luminosa. Las potenciales aplicaciones para las técnicas deflectoras de luz incluyen, entre otras, adquisición de datos por rastreo óptico, sistemas de representación de imágenes, conmutación de canales y modulación en óptica integrada, etc.

Todas estas aplicaciones requieren rapidez en las deflexiones y pocas pérdidas de intensidad luminosa. Otros factores importantes son, el ángulo logrado de deflexión, rango de voltajes o intensidades necesario, rango de frecuencias ópticas donde se puede aplicar y linealidad de la deflexión.

La bibliografía sobre el tema es muy extensa, aunque solo se hará mención de la más significativa, como son los trabajos de Fowler y Schlafer (ref. 43) sobre técnicas de deflexión de radiación laser, las investigaciones en el campo de la deflexión digital por parte de Kulche, Kosanke, Max, Nelson y Tabor (ref.95), (ref. 111) y (ref.152). Asimismo un interesante estudio sobre los materiales utilizados como medios en los deflectores digitales se encuentra realizado por Kruger, Pepperl y Schmidt en la ref. 93 . En todas estas referencias se supone, así como este trabajo, que la radiación luminosa es el modo TEM_{00} , con un perfil gaussiano.

1.7. TECNICAS GENERALES DE DEFLEXION DE LA RADIACION LUMINOSA

Las más importantes son las que a continuación se exponen:

17.a) Refractores variables.

Los dos fenómenos típicos utilizados son, refracción en superficies y variación gradual del índice de refracción.

El primero de ellos ha sido estudiado por Chen (ref.27) en prismas con forma isósceles, dependiendo del índice de refracción del prisma, ángulos de entrada, etc.

El segundo se basa en la existencia de un gradiente del índice de refracción transversalmente a la dirección de propagación. Si esta variación es lineal, el frente de onda permanece plano aproximadamente, logrando una buena definición en el rayo de salida. Fowler, Buhner y Bloom (ref. 44) han analizado este caso.

Varios experimentos han intentado la variación lineal del índice de refracción en prismas de TiO_3Ba (ref. 65), y en otros materiales. La dificultad de este sistema radica en diferencias entre índices de refracción (Δn) que, es del orden de 5×10^{-3} .

Kalibjian (ref. 83) obtuvo deflexión, mediante esta técnica, en prismas de SCD mediante variaciones de temperatura a lo largo de la estructura. A continuación se comenta la técnica de este apartado más utilizada en la práctica, que es la deflexión acústico-óptica.

La deflexión acústico-óptica se fundamenta en la propagación de ondas acústicas por un medio transparente, originando variaciones sinusoidales del índice de refracción.

En algunas porciones de las ondas sinusoidales, la variación puede considerarse lineal y por tanto se puede lograr deflexión. Girola (ref. 54), ha tratado este tema centrándose en las ondas acústicas estacionarias. Asimismo Giallorenzi y Milton estudian en las ref. (52) y (53) la deflexión acústico-óptica en guías multimodo y de capa delgada.

1.7.b) Deflexión por birrefringencia

Consiste en la utilización de dos células básicas (fig. 1.7.1), modulador de polarización y discriminador birrefringente.

La polarización de la radiación incidente es variada con el modulador de polarización, y esta variación es convertida en desplazamiento angular por el discriminador birrefringente.

Con n unidades colocada en cascada, pueden obtenerse hasta 2^n posiciones de salida.

Para lograr una rápida conmutación en las deflexiones, el modulador de la polarización suele ser una célula electroóptica. El discriminador de polarización puede estar construido con cristales de calcita según Nelson (ref. 111), Schmidt (ref.140), mientras que Tabor (ref.152) y Soref (ref. 147) utilizan un prisma de Wollaston.

1.7.c) Deflexión por interferencia

La radiación luminosa incide sobre un conjunto de espejos semitransparentes, que forman un interferómetro. Los rayos que atraviesan el sistema, tras múltiples reflexiones, se enfocan con una lente en una pantalla. Dependiendo de las relaciones de fase de los rayos transmitidos se originan franjas de interferencia. Buck y Holland (ref. 21) usan este sistema.

También utilizan las interferencias, los sistemas deflectores basados en redes de difracción electro y acústicoópticas.

La técnica que utiliza reflectores variables ya ha quedado anticuada y no se comentará en este trabajo.

Un apartado muy importante es el tema de los deflectores digitales, que pueden dividirse en tres grupos fundamentales

- 1) Prisma de Wollaston
- 2) Reflexión interna total
- 3) Rayo extraordinario en cristal uniaxial

Las referencias son asimismo muy numerosas, y ya han sido indicadas en el apartado 1.6.

A continuación se pasa a revisar los deflectores de cristal líquido referenciados en la bibliografía del tema.

1.8. DEFLECTORES CON CRISTALES LIQUIDOS

Se van a exponer a continuación, divididos en dos grupos, los deflectores referenciados en la bibliografía de cristales líquidos.

1.8.a) En guíaonda óptica

Basados en la teoría de las guíaondas ópticas con cristal líquido, estudiadas por Hu, Whinnery y Known (ref. 75) y (ref. 161) se han realizado dos deflectores. El primero de ellos, rea

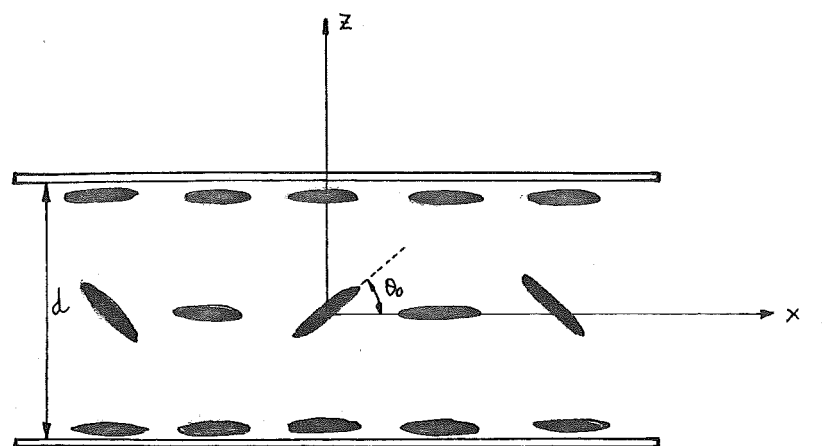


Fig. 1.4.1

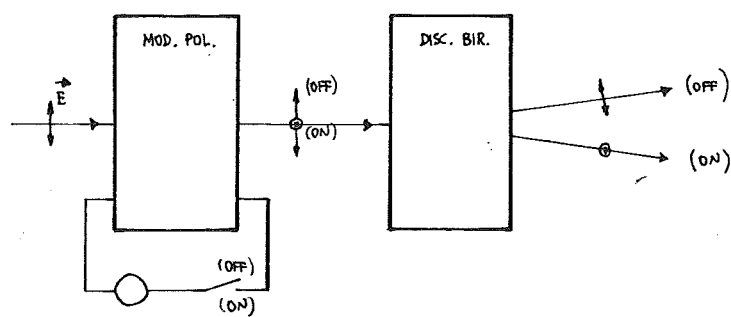


Fig. 1.7.1

lizado por Hu, Whinnery y Amer (ref. 76) logra la modulación de las velocidades de fase de los modos guiados por la estructura, alrededor del 10%. El espesor de la guía es de orden de $1\text{ }\mu\text{m}$ y el índice de refracción efectivo de cada modo es variado alrededor de $0.01/\text{volt}$. Los tiempos de respuesta se sitúan en el rango de los milisegundos. El segundo de ellos, realizado por Sheridan y Giallorenzi (ref. 144) logra la deflexión en la guíaonda óptica, mediante la propiedad de la birrefringencia controlada, con un diseño apropiado de los electros. Al margen angular logrado es de 20° , pudiéndose conseguir asimismo la reflexión interna total y utilizarlo como conmutador. El inconveniente de estos dos deflectores es la necesidad de utilizar una tecnología muy sofisticada, así como el de obtener la deflexión en el interior de la guía y no en el espacio libre como se necesita para muchas aplicaciones. La ventaja evidente es su posibilidad de utilización directa en óptica integrada.

1.8.b) Transversales (en estructuras planas)

Por una parte deben mencionarse los deflectores que utilizan el principio de la reflexión interna total. Krashnow y Stein (ref. 92) han desarrollado un deflector digital, que dependiendo del voltaje aplicado de los vidrios, que soportan la estructura plana, debe cumplir $n_o < N < n_e$. Labrunie y Valette (ref. 97) mejoran el deflector anterior consiguiendo transmisión total pero sigue con el mismo inconveniente del elevado valor del índice de refracción de los vidrios. Completamente similares son los sistemas deflectores presentados por Soref y McMahon (ref. 146) y (ref. 147).

Por último los deflectores referenciados por Fray y Sasaki (ref. 46) y (ref. 137) utilizan una estructura plana, pero los electrodos no se depositan completamente en los vidrios, sino que se encuentran separados, justo por donde pasa la radiación luminosa. Por medio de varias combinaciones de voltajes se logra la

deflexión. El espesor de las muestras es del orden de 1 mm., siendo por lo tanto muy lentos en la conmutación. Por otra parte la absorción producida por el cristal líquido provoca pérdidas considerables en la luz transmitida.

En la bibliografía consultada no se han encontrado referencias sobre deflectores en estructura cilíndrica o en cuña, siendo por tanto un tema completamente nuevo y prometedor en cuanto a su posible empleo en sistemas de comunicaciones ópticas.

CAPITULO II. TECNICAS DE CARACTERIZACION DEL MATERIAL.

2.1. INTRODUCCION AL CAPITULO II

Una vez expuestos los fundamentos, sobre los que basará este trabajo, se pasa a caracterizar al cristal líquido en sus propiedades físicas. Esta caracterización se logra por determinación experimental de los parámetros que van a gobernar su comportamiento frente a campos externos.

Para controlar la orientación molecular del cristal líquido, con y sin campos aplicados, es necesario conocer las constantes de Frank (parámetros fundamentales en la teoría del continuo elástico) y su dependencia con la temperatura. Por otra parte la influencia de los campos aplicados (eléctricos y magnéticos) es función directa de sus respectivas anisotropías, siendo por tanto necesario su conocimiento, así como su variación con la temperatura (debido al caracter termotrópico del cristal líquido nemático), dentro de su margen mesofásico.

Como ya se ha indicado en el capítulo anterior, una vez conocido el alineamiento molecular se pasan a estudiar las trayectorias que serán función de los índices de refracción del cristal líquido, así como de su cociente y diferencia. También se medirá la influencia de la temperatura y de la frecuencia de la radiación luminosa utilizada. La rapidez de conmutación en las deflexiones depende de la viscosidad media, asimismo medida en este capítulo.

Por último, el orden interno existente en el cristal líquido viene dado por el parámetro de orden (S), que también se mide en función de la temperatura. Al obtenerse valores altos de S se puede suponer, sin pérdida de generalidad, que el orden interno es perfecto, sin necesidad de considerar las vibraciones del director alrededor de su posición de equilibrio.

2.2. ANISOTROPIA MAGNETICA Y SU DEPENDENCIA CON LA TEMPERATURA

Como se ha indicado en el apartado anterior es primordial conocer la respuesta del cristal líquido ante la aplicación de campos magnéticos. Esta respuesta es función de reordenamiento inducido, por estos campos magnéticos y que es estudiado por la teoría del continuo elástico. Esta teoría se basa en suponer que la estructura de equilibrio adoptada por las moléculas de cristal líquido es aquella para la que la energía libre es mínima. La variación en dicha densidad de energía libre, provocada por la aplicación de un campo magnético es proporcional a la anisotropía magnética. Es por lo tanto necesario conocer este parámetro.

En la ref (127) se da el valor de la anisotropía magnética del cristal líquido LICRISTAL FASE V para temperatura ambiente $T = 20^{\circ}\text{C}$, que es $X_a = 1.25 \times 10^{-7}$ (u.e.m.(c.g.s)). [X_a = anisotropía magnética].

Por otra parte de acuerdo con la teoría de Maier y Saupe (ref 24) la anisotropía magnética presenta una dependencia con la temperatura de la forma:

$$X_a \sim S$$

siendo S = parámetro de orden.

Esta teoría ha sido corroborada experimentalmente y en particular para el caso de la variación de la anisotropía magnética con la temperatura, para varios cristales líquidos nemáticos, como se muestra en la ref (126).

En un apartado posterior de este capítulo se proporciona el parámetro de orden (S), medido en este trabajo, para el LICRISTAL FASE V. Tomando $X_a = 1.25 \times 10^{-7}$ y el parámetro de orden medido, la variación de la anisotropía magnética con la temperatura se muestra en la tabla siguiente:

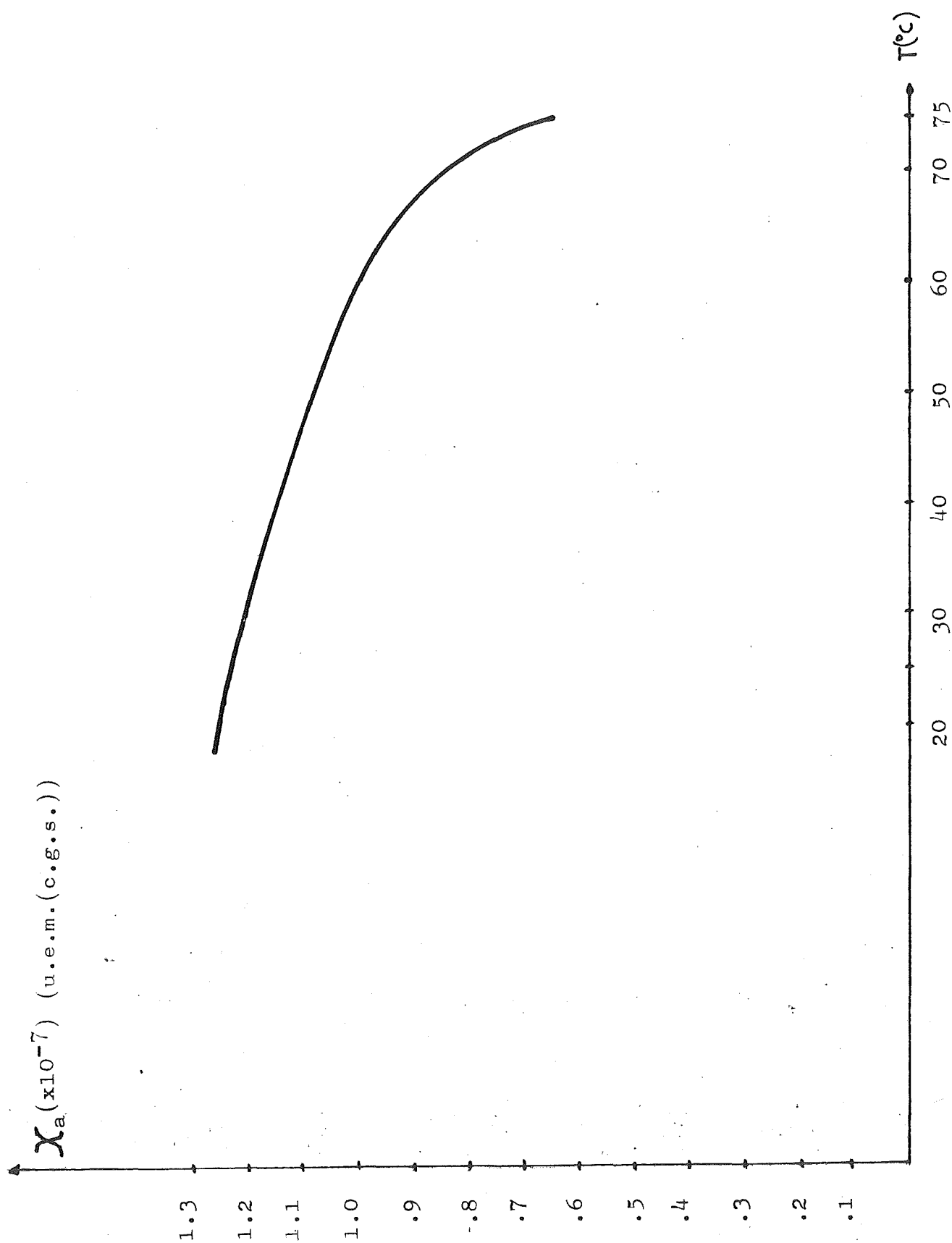


FIG. 2.2.1

T(°C)	X _a (u.e.m.(c.g.s))
20	1.25 x 10 ⁻⁷
30	1.21 x 10 ⁻⁷
40	1.15 x 10 ⁻⁷
50	1.08 x 10 ⁻⁷
60	1 x 10 ⁻⁷
70	0.87 x 10 ⁻⁷
75	0.67 x 10 ⁻⁷

Esta tabla de valores se muestra en la fig. 2.2.1.

2.3. CONSTANTES DIELECTRICAS. ANISOTROPIA DIELECTRICA Y SU DEPENDENCIA CON LA TEMPERATURA

En este trabajo se estudia la influencia de la aplicación de campos eléctricos y magnéticos sobre estructuras de cristal líquido, para lograr cambios en la deflexión de la luz a su paso por ellas.

La respuesta del cristal líquido ante campos eléctricos viene determinada por su tensor dieléctrico, que es de la forma

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}$$

para un sistema de coordenadas de manera que $\underline{\underline{\epsilon}}$ adquiriera la forma diagonal anterior, siendo

ϵ_{\perp} = Constante dieléctrica medida perpendicularmente al director o eje principal de la molécula.

ϵ_{\parallel} = Constante dieléctrica medida paralelamente al director o eje principal de la molécula.

Por otra parte, la anisotropía dieléctrica se define como:

$$\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$$

Este parámetro es muy importante ya que define los campos eléctricos umbrales y la variación de la densidad de energía introducida por el campo eléctrico aplicado.

Es evidente la necesidad de conocer y por tanto de medir estas constantes dieléctricas. El método usual, mostrado en las ref. (35 y 426) se basa en la medida de la capacidad de un condensador, cuyo dieléctrico son moléculas de cristal líquido orientadas planar u homeotrópicamente, con respecto a las placas de dicho condensador. De esta forma se logra medir ϵ_{\perp} o ϵ_{\parallel} respectivamente. Para medir la otra constante dieléctrica se aplica un campo magnético que reoriente prácticamente toda la muestra. En la práctica se parte de una estructura planar y luego por medio del antedicho campo magnético (aplicado perpendicularmente) al condensador se logra la estructura quasi-homeotrópica.

Estas capacidades se miden con un puente de impedancias, utilizando una frecuencia de medida, superior a la frecuencia de corte del cristal líquido, con objeto de evitar la aparición de la dispersión dinámica que falsearía cualquier tipo de medida de la constante dieléctrica.

En la ref (136) se han realizado las medidas de las constantes dieléctricas para el cristal líquido LICRISTAL FASE V, sobre el que se centra este capítulo. En un condensador con alineamiento homeotrópico y teniendo en cuenta la capacidad en vacío, se midió $\epsilon_{\parallel} = 3.83 \epsilon_0$ para temperatura ambiente ($T = 20^{\circ}\text{C}$). La otra constante dieléctrica (ϵ_{\perp}) se midió aplicando un voltaje mucho mayor que umbral de Freedericksz para lograr un completo realineamiento de las moléculas de cristal líquido. Como es bien sabido el uso de voltajes muy superiores al umbral anteriormente citado puede originar inestabilidades hidrodinámicas para cristales líquidos con anisotropía dieléctrica negativa, como es LICRISTAL FASE V. Por lo tanto al no ser fiable la medida dada en la ref (136) se prefirió tomar como dato la anisotropía dieléctrica proporcionada por la casa MERCK en su catálogo de cristales líquido (Ref 109), que es $\epsilon_a = -0.2 \epsilon_0$.

Por lo tanto para temperatura ambiente, se tomarán los valores:

$$\begin{aligned}\epsilon_{\perp} &= 4.03 \epsilon_0 \\ \epsilon_{\parallel} &= 3.82 \epsilon_0 \\ \epsilon_a &= -0.2 \epsilon_0\end{aligned}$$

Por otra parte de acuerdo, con la teoría de Maier y Saupe (ref), la anisotropía dieléctrica muestra una dependencia con la temperatura de la forma:

$$\epsilon_a \sim S$$

siendo S = parámetro de orden.

Esta teoría ha sido comprobada experimentalmente y en particular para el caso de la variación de la anisotropía dieléctrica con la temperatura, para varios cristales líquidos nemáticos, como se muestra en la ref (126).

En un apartado posterior de este capítulo se proporciona el parámetro de orden (S), medido en este trabajo, para el LICRISTAL FASE V. Tomando $\epsilon_a = -0.2 \epsilon_0$ y el parámetro de orden medido, la variación de la anisotropía dieléctrica con la temperatura se muestra en la tabla siguiente

$T(^{\circ}\text{C})$	ϵ_a
20	$-0.2 \epsilon_0$
30	$-0.192 \epsilon_0$
40	$-0.185 \epsilon_0$
50	$-0.176 \epsilon_0$
60	$-0.161 \epsilon_0$
70	$-0.138 \epsilon_0$
75	$-0.107 \epsilon_0$

75°C es la temperatura de transición de la fase nemática a líquido isótropo para el LICRISTAL FASE V.

Esta tabla de valores se muestra en la fig. (2.3.1).

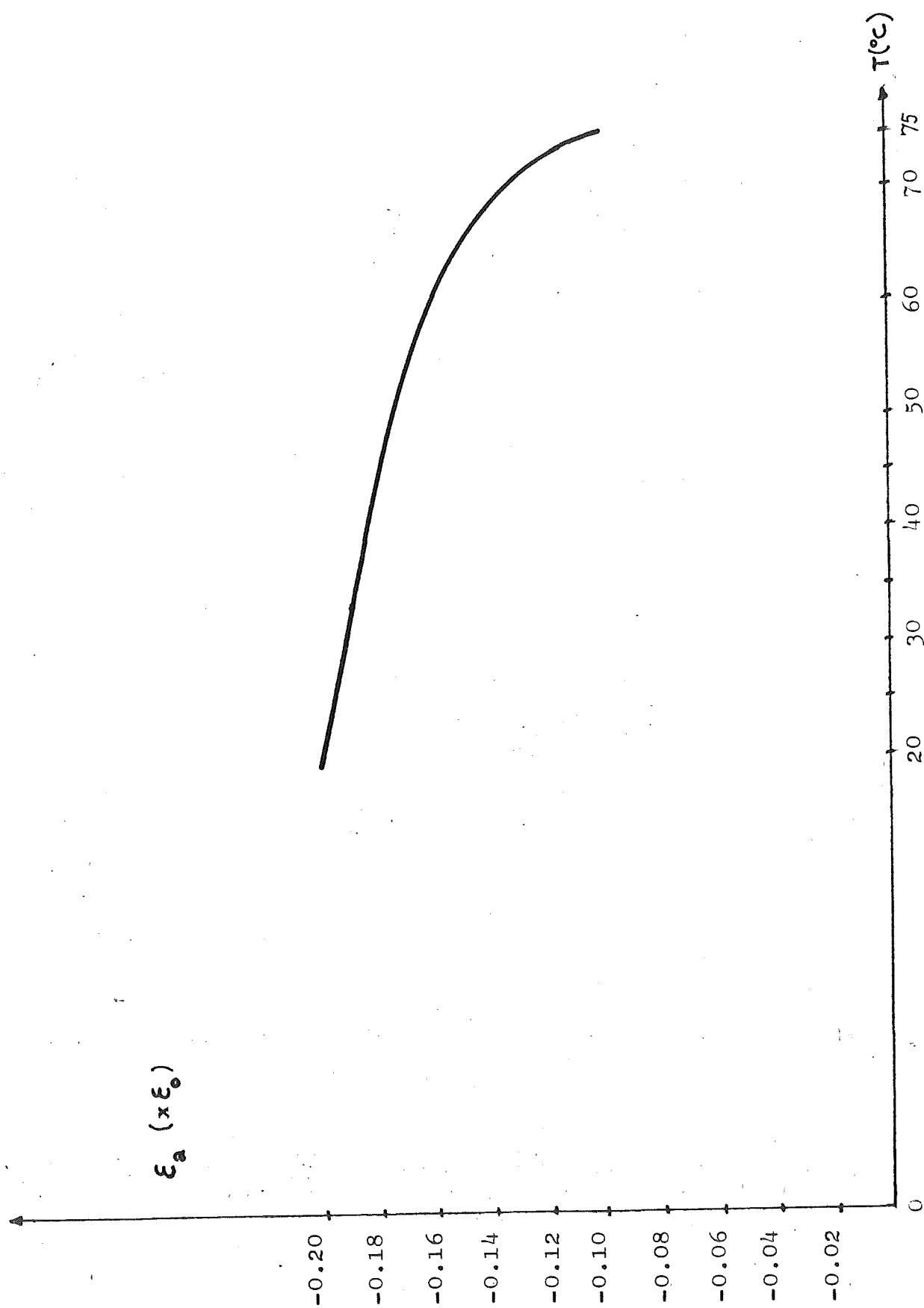


FIG. 231

2.4. DETERMINACION DE LAS CONSTANTES ELASTICAS DE FRANK DEL CRISTAL LIQUIDO Y SU DEPENDENCIA CON LA TEMPERATURA

Como ya se ha apuntado en el capítulo de Introducción, la teoría del continuo elástico es la empleada para conocer la distribución espacial de los directores de las moléculas de cristal líquido, excepto en lo que se refiere a los efectos electrohidrodinámicos. Esta teoría utiliza las constantes elásticas de Frank del material usado, que son de especial relevancia ya que proporcionan los valores de los campos umbrales (tanto eléctricos como magnéticos) para las deflexiones de la luz, a su paso por las estructuras de cristal líquido.

Estas constantes vendrán dadas en unidades de energía/longitud (Newtons o dinas según el sistema de unidades empleado).

Una primera aproximación teórica vendrá dada por el cociente entre la energía de interacción molecular y la dimensión típica de una molécula. La energía de interacción molecular responsable del orden nemático puede ser estimada (ref. 18) por el calor latente de la transición de fase isotrópica-nemática ($V \approx 2 \frac{\text{Kcal}}{\text{mol}}$). La dimensión típica de una molécula (en el sentido longitudinal) es de 10^8 \AA . Por lo tanto

$$K_i \approx \frac{1.4 \times 10^{-13} \text{ erg}}{10^{-7} \text{ cm}} = 1.4 \times 10^{-6} \text{ dinas} = 1.4 \times 10^{-11} \text{ Newt.}$$

Los catálogos de los cristales líquidos utilizados proporcionan las constantes elásticas (ref. 91), excepto del suministrado por la casa MERCK (LICRISTAL FASE V), siendo necesarias por ello las medidas de dichas constantes.

Existen diversas técnicas para la determinación experimental del valor de estas constantes elásticas basadas en la medida de los campos umbrales de Fredericks, que proporcionan los valores de las K_i . Estas técnicas se comentan seguidamente:

2.4.a. Método de la conductividad térmica

Pieranski y colaboradores (ref. 123) detectan distorsiones en las capas del cristal líquido midiendo la conductividad térmica. El fundamento se basa en mantener una muestra con alineamiento planar en una corriente de un líquido calentado. En la muestra aparece un incremento de temperatura ΔT . Al aplicar un campo magnético que distorsiona la orientación planar, se mide una nueva variación de ΔT al llegar al campo umbral que proporciona el valor de la constante elástica involucrada en la distorsión de los directores del cristal líquido.

2.4.b. Método de la conductividad eléctrica

Este método ha sido empleado por Schneider (ref. 34). El fundamento de este método es formalmente idéntico al anterior midiendo variaciones de la conductividad eléctrica por medio de tensiones obtenidas al someter a la muestra a intensidades constantes. Este sistema es muy difícil de llevar a cabo debido a las altas resistencias inherentes al cristal líquido.

2.4.c. Método de variación de la capacidad

Es uno de los más empleados (ref. 34). El valor de la capacidad medida en la ausencia de campo magnético externo, varía al llegar al campo magnético umbral. Un inconveniente de este método se debe a la dificultad de conocer este campo umbral cuando el cristal líquido no está orientado correctamente en las paredes.

2.4.d. Método de la dispersión

De Gennes (ref. 49), ha propuesto una forma de medir las constantes elásticas midiendo la variación angular de la luz dispersada por una muestra de cristal líquido nemático.

Una vez llegado a este punto, se pasará al método empleado por estar mas relacionado con el contexto general en este trabajo.

2.4.e. Métodos ópticos

Están basados en la variación de la birrefringencia en función del campo aplicado (magnético o eléctrico). Se pueden diferenciar dos casos: rayos paralelos y rayos convergentes.

2.4.e-1. Rayos paralelos

Las componentes polarizadas que se propagan paralelamente entre si (a la dirección z de la fig. 2.4.1) sufren un retardo diferente, y variable en función de los campos aplicados.

El montaje usado se muestra en la figura (2.4.1). El polarizador y el analizador están cruzados y formando 45° con el eje principal de la muestra (eje x).

La constante elástica de divergencia (K_1) se obtiene teniendo en cuenta que para una muestra con alineamiento planar (orientada según el eje x), el campo magnético (según el eje z) umbral para el realineamiento viene dado por (ref. 24)

$$H_{\text{UMBRAL}} = \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{K_1}{X_a}}$$

siendo

d = espesor de la muestra

X_a = anisotropía magnética

El alineamiento del cristal líquido, en función del campo H_z aplicado, se muestra en la figura 2.4.2.

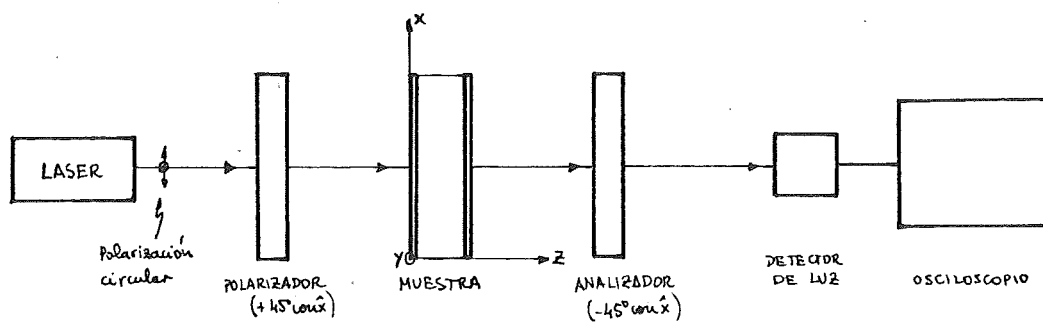


FIG. 2.4.1

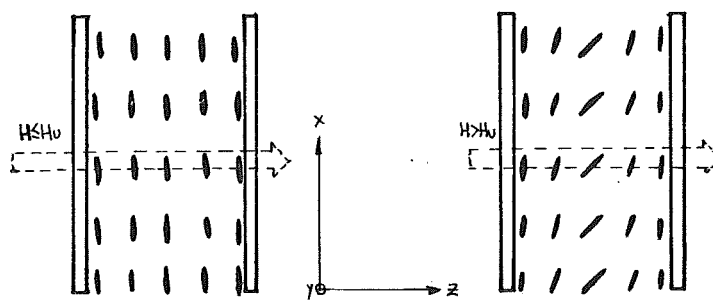


FIG. 2.4.2

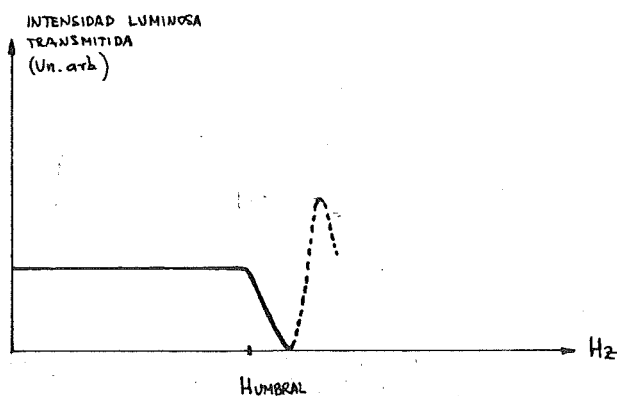


FIG. 2.4.3

La intensidad luminosa transmitida es convertida en tensión eléctrica por medio de una célula solar, mostrándose en la fig. 2.4.3 su dependencia con el campo magnético aplicado.

Se midieron los campos umbrales en este caso para varias temperaturas, desde la temperatura ambiente ($T = 20^\circ\text{C}$) hasta la temperatura de transición de la fase nemática a isotrópica ($T_c = 75^\circ\text{C}$ para LICRISTAL FASE V).

Las medidas fueron realizadas procurando mantener la temperatura constante en la zona de medida y con el electroimán (descrito en un apéndice final) recién conectado para el incremento de temperatura no enmascarara la medida.

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla siguiente

T ($^\circ\text{C}$)	d (μm)	X_a (u.e.m.(c.g.s.))	H (gauss)	K_1 (Newtons)
20	25	1.25×10^{-7}	3000	7.1×10^{-12}
30	25	1.21×10^{-7}	2900	6.4×10^{-12}
40	25	1.15×10^{-7}	2900	6.1×10^{-12}
50	25	1.08×10^{-7}	2700	5×10^{-12}
60	25	1×10^{-7}	2700	4.6×10^{-12}
70	25	0.87×10^{-7}	2500	3.4×10^{-12}
75	25	0.67×10^{-7}	2200	2×10^{-12}

Los valores de X_a se han tomado del apartado de este trabajo dedicado a la anisotropía magnética.

La fórmula empleada para deducir el valor K_1 es:

$$K_1 = X_a \left(\frac{H_u d}{\pi} \right)^2$$

d(cm)

X_a (u.e.m.(c.g.s.))

H_u (gauss)

K(dinas = 10^5 Newtons)

El valor de K_1 para $T = 20^\circ\text{C}$ ($K_1 = 7.1 \times 10^{-12}$ N), presenta una excelente concordancia con el valor de $K_1 = 7 \times 10^{-12}$ N. determinado en otra parte (Ref 127).

La representación gráfica de estos valores se encuentra en la figura 2.4.12.

Al tener anisotropía dieléctrica negativa el cristal líquido (Fase V, Merck), no se pueden emplear campos eléctricos para determinar K_1 ya que no existe para este caso posibilidad de efecto de campo. Sólo puede originar inestabilidades electrohidrodinámicas cuyo voltaje umbral no se puede determinar exactamente, imposibilitando cualquier medida fiable.

La constante elástica de torsión (K_2) puede obtenerse del campo magnético umbral, (campo magnético aplicado según el eje y) que reorienta una muestra con alineamiento planar (moléculas de cristal líquido orientadas según el eje x), que viene dado por

$$\text{HUMBRAL} = \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{K_2}{\chi_a}}$$

La torsión producida en el alineamiento del cristal líquido se muestra en la fig. 2.4.4.

Sin embargo la gráfica de la intensidad luminosa en función del campo magnético (fig. 2.4.5) muestra que no se puede detectar este campo umbral.

Esta imposibilidad de detección del campo umbral está de acuerdo con la teoría de Maugin y De Vries (Ref. 102, 103, 157), que predice el seguimiento del giro de las moléculas por parte de las polarizaciones de los rayos paralelos que atraviesan la muestra; algo parecido a un "teorema adiabático", como insinúa De Gennes en la pág. 87 de la Ref (48). A la salida no se puede distinguir cualquier torsión producida.

Para campos muy intensos hay variaciones, debido a que ya son comparables la longitud de coherencia magnética

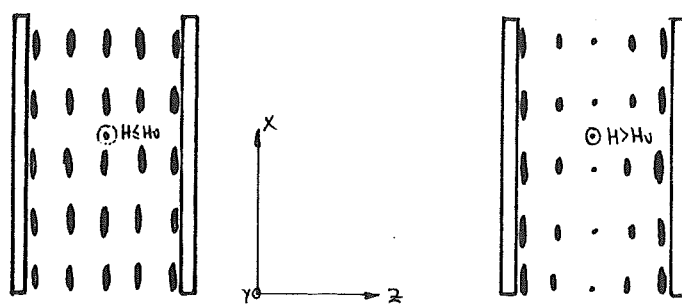


FIG. 2.4.4

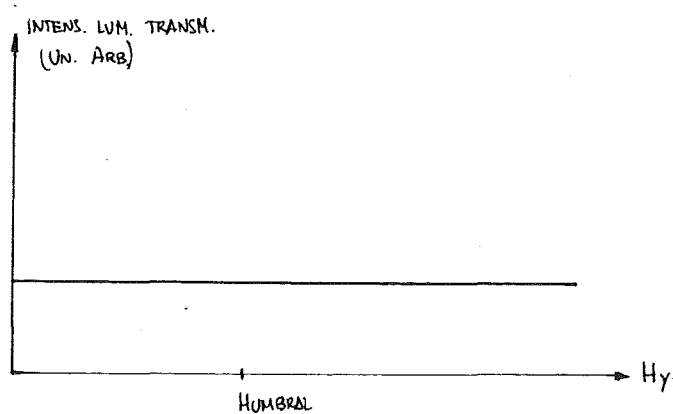


FIG. 2.4.5

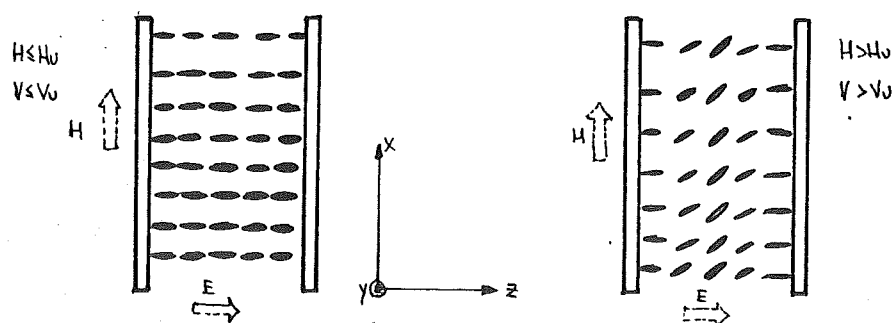


FIG. 2.4.6

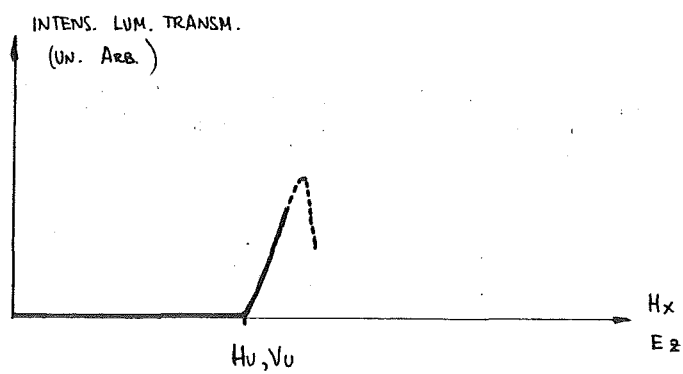


FIG. 2.4.7

$(\xi_w(H) = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{K_2}{X_a}})$ y la longitud de onda del laser He-Ne, pero no aportan datos para la obtención de K_2 .

Es necesario la utilización del método conoscópico (rayos de luz convergentes sobre la muestra) para determinar K_2 .

La constante elástica de flexión (K_3) puede obtenerse reorientando una muestra orientada homeotópicamente (moléculas del cristal líquido perpendiculares) a las pareces, (es decir según el eje z) con un campo magnético orientado según el eje y (también puede estar orientado según el eje x) o con un voltaje aplicado a los electrodos transparentes de la muestra (campo eléctrico según el eje x). El campo magnético y el voltaje umbral vienen dados respectivamente por (Ref. 24)

$$\begin{aligned} \text{HUMBRAL} &= \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{K_3}{X_a}} \\ V_{\text{UMBRAL}} &= \pi \sqrt{\frac{K_3}{|\epsilon_a|}} \quad (\text{MKS}) \end{aligned}$$

ϵ_a = anisotropía dieléctrica = $-0.2 \epsilon_0$

La flexión de las moléculas del cristal líquido se muestra en la fig. 2.4.6.

La gráfica de la intensidad luminosa transmitida en función de los campos externos se muestra en la figura 2.4.7.

Se midieron los campos umbrales en este caso para varias temperaturas, desde la temperatura ambiente ($T = 20^\circ\text{C}$) hasta la temperatura de transición de la fase nemática a isotrópico ($T_c = 75^\circ\text{C}$ para LICRISTAL FASE V). Las medidas se realizaron en cada caso recién conectado el electroimán para que su incremento de temperatura no enmascarara la temperatura.

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla siguiente:

T (°C)	d(μm)	X _a (u.e.m.(c.g.s.))	H _u (gauss)	K ₃ (Newtons)
20	25	1.25 x 10 ⁻⁷	3200	8.1 x 10 ⁻¹²
30	25	1.21 x 10 ⁻⁷	3100	7.4 x 10 ⁻¹²
40	25	1.15 x 10 ⁻⁷	3100	7 x 10 ⁻¹²
50	25	1.08 x 10 ⁻⁷	2900	5.8 x 10 ⁻¹²
60	25	1 x 10 ⁻⁷	2900	5.3 x 10 ⁻¹²
70	25	0.87 x 10 ⁻⁷	2700	4 x 10 ⁻¹²
75	25	0.67 x 10 ⁻⁷	2300	2.2 x 10 ⁻¹²

Los valores de K₃ han sido determinados por medio de la fórmula

$$K_3 = X_a \left(\frac{H_u d}{\pi} \right)^2$$

Los resultados para K₃ se muestran en la fig. 2.4.12.

Por otra parte para temperatura ambiente el voltaje umbral fue 6.8V para |ε_a| = 0.2 o (este valor ha sido obtenido en un apartado anterior). Este voltaje umbral es inferior al voltaje umbral de la dispersión dinámica (≈ 9V), llegando por lo tanto a un valor de K₃:

$$K_3 = \left(\frac{V_u}{\pi} \right)^2 |\epsilon_a| = \left(\frac{6.8}{\pi} \right)^2 \times 0.2 \times 8.85 \times 10^{-12} = 8.29 \times 10^{-12} \text{ Newtons}$$

Se comprueba que estos valores de K₃ obtenidos por caminos diferentes concuerdan muy bien. Por otra parte existe un excelente acuerdo con el valor de K₃ = 8.3 x 10⁻¹² Newtons determinados en otra parte (ref. 127).

Se pasará al otro método óptico que permita conocer el valor de K₂

2.4. e-2) Rayos convergentes (Técnica conoscópica).

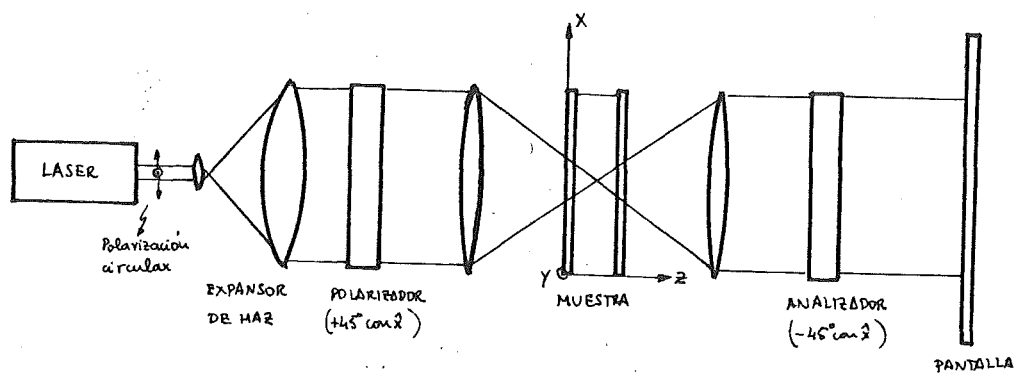


FIG. 2.4.8



FIG. 2.4.9

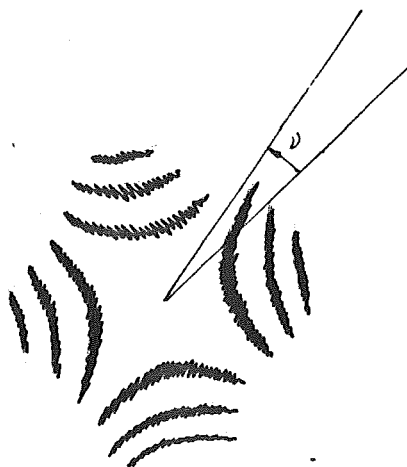


FIG. 2.4.10



FIG. 2.4.11

Este método se encuentra en las ref. (34 y 48). Fundamentalmente se basan en las figuras de interferencia de un cristal uniaxial (estudiadas en el capítulo XIV de la ref. (15)).

El montaje usado se muestra en la figura 2.4.8.

En el caso de una muestra planar orientada según el eje x, se obtiene en la pantalla un conjunto de hipérbolas claras y oscuras, como se muestra en la figura 2.4.9).

En el caso de aplicar un campo magnético según el eje x, las hipérbolas se expanden. Contando el número de hipérbolas que han pasado por un punto fijo se puede obtener el valor de K_1 . Como puede verse este sistema proporciona el campo umbral en el que comienza la expansión de las hipérbolas.

Cuando se aplica el campo magnético según el eje y, se produce una torsión en la orientación de las moléculas del cristal, que se traduce en el giro del conjunto de las hipérbolas que aparecen en la pantalla. Esto se muestra en la figura 2.4.10.

Este ángulo ν viene dado por:

$$\operatorname{tg} 2\nu = \frac{\langle \sin 2\omega \rangle}{\langle \cos 2\omega \rangle}$$

ω = ángulo local de reorientación del cristal líquido

$\langle \rangle$ = promedio espacial sobre z (en el interior de la muestra).

Se midieron los campos umbrales (a los que empieza el giro de la figura) que se anotan en la tabla siguiente. Hay que hacer notar que conforme aumentaba la temperatura se deformaba la figura en la pantalla, dificultando las medidas

T (°C)	d (μm)	X _a (u.e.m.(c.g.s))	H _u (gauss)	K ₂ (Newtons)
20	25	1.25 x 10 ⁻⁷	2500	5 x 10 ⁻¹²
30	25	1.21 x 10 ⁻⁷	2400	4.4 x 10 ⁻¹²
40	25	1.15 x 10 ⁻⁷	2400	4.2 x 10 ⁻¹²
50	25	1.08 x 10 ⁻⁷	2300	3.6 x 10 ⁻¹²
60	25	1 x 10 ⁻⁷	2300	3.3 x 10 ⁻¹²
70	25	0.87 x 10 ⁻⁷	2100	2.4 x 10 ⁻¹²
75	25	0.67 x 10 ⁻⁷	1800	1.4 x 10 ⁻¹²

La fórmula empleada para determinar K₂ es

$$K_2 = X_a \left(\frac{H_u d}{\pi} \right)^2$$

Los resultados se muestran gráficamente en la fig. 2.4.12.

Para el caso de utilizar una muestra orientada homeotrópicamente (según el eje z) se obtiene un conjunto de círculos claros y oscuros con una cruz oscura superpuesta, tal como se muestra en la fig. 2.4.11.

Al aplicar una tensión a los electrodos o un campo magnético según x los círculos se expansionan y distorsionan al superar el campo umbral. Como puede observarse este sistema también proporciona el campo umbral para la flexión y por tanto el valor de K₃.

Por otra parte, según la teoría de Maier y Saupe (Ref. 24 y 48), la dependencia con la temperatura de las constantes elásticas del cristal líquido es de la forma:

$$K_i \approx S^2$$

$$S = \text{Parámetro de orden} = \langle P_2(\cos \theta) \rangle$$

En la fig. 2.4.12. se muestra que los resultados experi-

$K_i \text{ (} \times 10^{-12} \text{) Newtons}$

$$K_1(20^\circ\text{C}) = 7.1 \times 10^{-12} \text{ N.}$$

$$K_2(20^\circ\text{C}) = 5 \times 10^{-12} \text{ N}$$

$$K_3(20^\circ\text{C}) = 8.1 \times 10^{-12} \text{ N.}$$

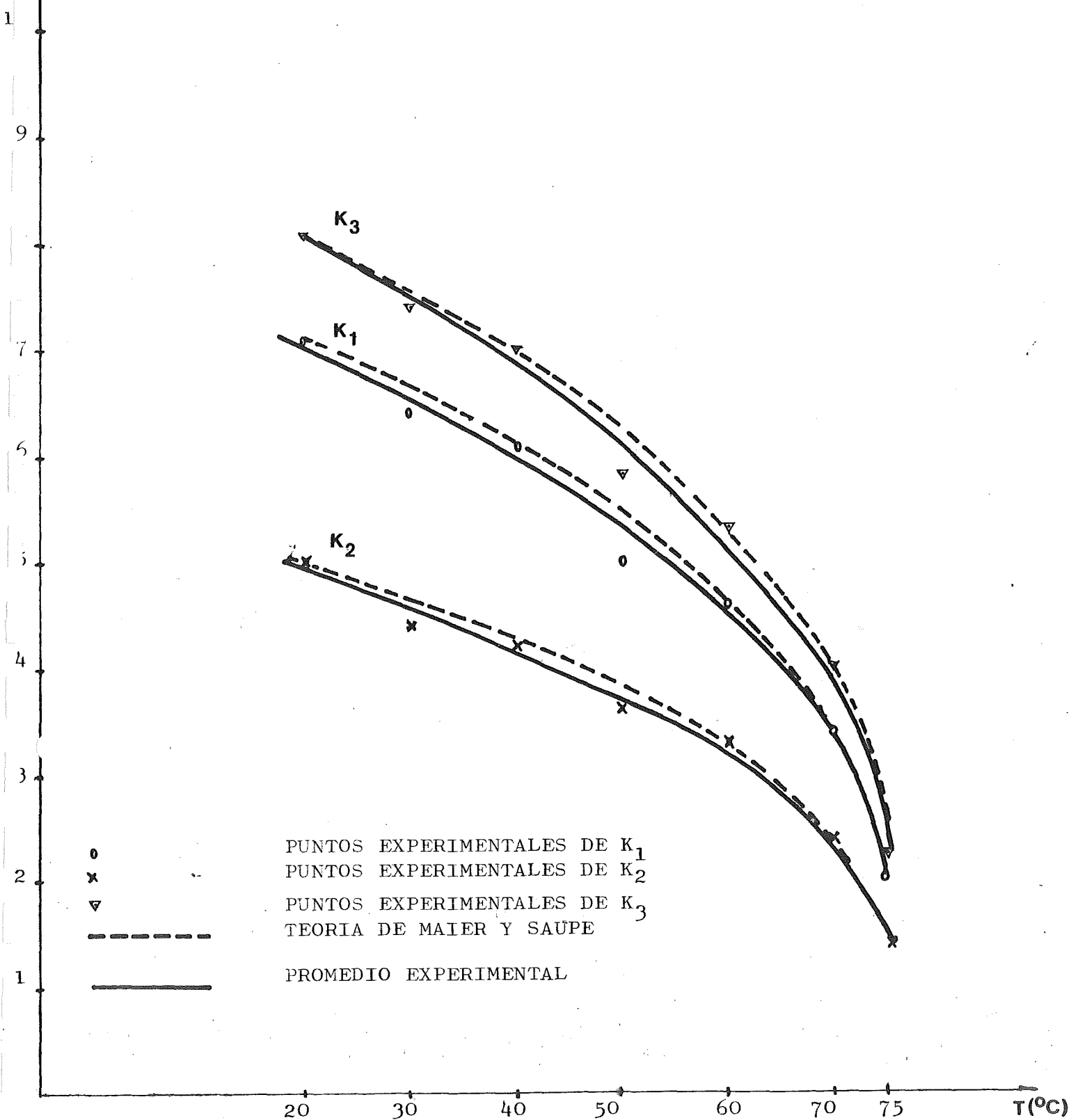


FIG. 2.4.12

mentales corroboran esta expresión.

El valor de S se ha tomado del apartado que lo estudia en este mismo capítulo.

Una comprobación indirecta de esta relación viene dada por el hecho de que el cociente (Intensidad luminosa dispersada/ $K_B T$) no depende de la temperatura.

K_B = constante de Boltzman.

Este cociente está relacionado fundamentalmente con ϵ_a y K_i de la forma

$$\frac{\text{Intens. lumin. dispers.}}{K_B T} \sim \frac{(\epsilon_a)^2}{K_i} \neq f(T)$$

Se desprende $\epsilon_a \sim S$, se llega a la relación ya conocida $K_i \sim S^2$.

2.5. DETERMINACION DE LOS INDICES DE REFRACCION DEL CRISTAL LIQUIDO Y SU DEPENDENCIA CON LA FRECUENCIA Y DE LA TEMPERATURA

Al estudiar las deflexiones transversales de la luz a su paso por estructuras de cristal líquido sometida a campos eléctricos o magnéticos, se encuentra que en casi todas las expresiones aparecen los índices de refracción del cristal líquido definidos en la siguiente forma:

n_o = índice de refracción ordinario. Es el índice que encuentra un rayo de luz polarizado linealmente según una dirección perpendicular al director.

n_e = índice de refracción extraordinario. Es el índice que encuentra un rayo de luz polarizado linealmente según una dirección paralela al director.

Asimismo es de fundamental importancia conocer exactamente su diferencia y cociente (Δn y a)

$$\Delta n = n_e - n_o$$

$$a = n_e / n_o$$

Se encuentra que estos índices de refracción, diferencias y cocientes dependen de la frecuencia y temperatura. Por otra parte, en este trabajo se utilizan fundamentalmente dos tipos de cristales líquidos nemáticos: uno con $\epsilon_a > 0$ (MBBA-PEBAB) cuyos índices de refracción son suficientemente conocidos por la literatura de cristales líquidos, y otro con $\epsilon_a < 0$ (LICRISTAL FASE V) prácticamente desconocido que será el utilizado en nuestras medidas.

Existen muchas variantes y técnicas para medir los índices de refracción de un cristal líquido nemático, pero fundamentalmente se pueden agrupar en tres:

2.5.1) Método interferométrico (Ref. 94 , 3 , 25 y 99)

De acuerdo con Born y Wolf (Ref. 15), cuando un rayo paralelo incide en una estructura formada por dos espejos paralelos semitransparentes entre los que se encuentra un medio con un índice de refracción (n), los rayos multireflejados interfieren mutuamente. Suponiendo que el rayo de luz incide perpendicularmente a la estructura, habrá un máximo en la intensidad luminosa transmitida cuando $N\lambda/2n = d$, siendo N : n° entero, d : distancia entre vidrios y λ = longitud de onda de la radiación (en el vacío). Al incrementar la longitud de onda se obtienen máximos sucesivos en la intensidad luminosa cuando $(N-1)\lambda'/2n' = d$, siendo n' el índice de refracción para λ' . Al ser el intervalo (λ, λ') muy pequeño en la práctica, se puede considerar $n = n'$. Se llega a la expresión que proporciona $n = f(\lambda)$.

$$nd = \frac{\lambda\lambda'}{2(\lambda' - \lambda)} \approx \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}$$

$\Delta\lambda$ = diferencia de λ entre máximos.

Una medida precisa de d se puede obtener de la fórmula anterior cuando el medio entre vidrios es aire ($n = 1.0006$).

Por lo tanto para medir n_e se hace incidir un rayo polarizado linealmente en una muestra planar orientada de cristal líquido de forma que coincidan la polarización y el director. Para medir n_o se gira 90° la muestra para que la polarización sea perpendicular al director.

El montaje es el mostrado en la fig. 2.5.1.

Estas medidas se realizan a una temperatura constante.

Otra alternativa que proporciona este método es la posibilidad de medir Δn , situando la muestra entre polarizadores cruzados y formando la dirección del alineamiento planar 45° con ambos polarizadores. En este caso no es necesario espejos semitransparentes, sino simples vidrios. Los máximos de transmisión se producen cuando el desfase entre las dos componentes polarizadas es múltiplo de 2π , es decir:

$$\Delta n \cdot d = N\lambda$$

A través de las condiciones explicadas en el caso anterior se llega a la expresión que proporciona Δn :

$$\Delta n \cdot d = \frac{\lambda \lambda'}{(\lambda' - \lambda)} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

$\Delta \lambda$ = diferencia de λ entre máximos.

Para conocer la variación de los índices de refracción en función de la temperatura se coloca la muestra de cristal líquido en un horno regulado térmicamente y se repiten las medidas indicadas anteriormente para cada temperatura.

Aunque estas medidas pueden realizarse en el Laboratorio del Departamento de Tecnología Electrónica y Electrónica Cuántica, se ha preferido medir los índices de refracción por métodos mucho más sencillos como son los explicados a continuación.

2.5.2) Método del prisma

Este método (ref. 20 , 19 , 26 , 142) se basa en la introducción del cristal líquido en un prisma hueco, (cuyas pa redes se han frotado previamente para que la orientación sea paralela al vértice) y posteriormente se hace incidir perpendicularmente un rayo de luz con polarización circular. Aparecen dos rayos refractados cuyas direcciones dependen directamente de los índices de refracción ordinario y extraordinario.

Un problema es la determinación del ángulo del prisma, que debe de ser lo más exacta posible para tener unas medidas fiables.

En este trabajo se propone un método, para determinar es te ángulo, no comentado en la literatura de cristales líquidos, que no necesita ningún aparato especial para la medida de ángulos.

El prisma se ha construido con dos porta-objetos de microscopio, que previamente se han frotado con un tejido de algodón para provocar la orientación de las moléculas del cristal líquido paralelamente al vértice del prisma. La configuración geométrica aparece en la Fig. 2.5.2.

Despreciando las refracciones de los vidrios substitutos del prisma los rayos de salida del prisma serán, además del propio de entrada, otros que forman con este ángulos 2α , 4α , etc.; siendo α el ángulo del prisma.

Si se coloca una pantalla o una distancia d , mucho mayor que los caminos de reflexión de los rayos de luz en el interior del prisma, el rayo que forma 2α con el de entrada (que incide en el punto A de la pantalla) llega al punto B en la pantalla. La distancia $\overline{AB} = Z_1$ cumple

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\overline{AB}}{d}$$

Por lo tanto

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{\overline{AB}}{d} \right]$$

Para el prisma construido en este trabajo se obtuvieron las siguientes medidas

$$d = 378 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = 20 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{20}{378} \right] = 1.51^\circ$$

Una vez conocido α , se pasó a rellenar el interior del prisma con cristal líquido, por medio de una jeringuilla, que ocupó la zona adyacente al vértice. Su orientación se comprobó entre polarizadores cruzados.

Al estar orientadas las moléculas de cristal líquido paralelas al borde, la muestra se comporta como un cristal uniaxial homogéneo, con su eje óptico paralelo al vértice.

De acuerdo con las leyes de Snell y conforme se muestra en la figura 2.5.3, aparecerán dos rayos refractados, si se hace incidir un haz laser, polarizado circularmente y ortogonal a la cara frontal del prisma.

Sus ángulos de salida verificarán

$$\alpha_o = \operatorname{sen}^{-1} (n_o \operatorname{sen} \alpha) - \alpha$$

$$\alpha_e = \operatorname{sen}^{-1} (n_e \operatorname{sen} \alpha) - \alpha$$

y según la geometría mostrada en la fig. 2.5.3.

$$\operatorname{tg} \alpha_o = \frac{\overline{AB}}{d}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_e = \frac{\overline{AC}}{d}$$

Conociendo α y las medidas d , \overline{AB} y \overline{AC} se llega al valor de n_o y n_e .

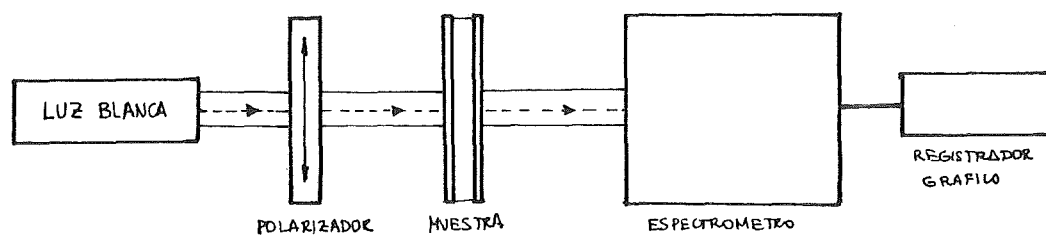


FIG. 2.5.1

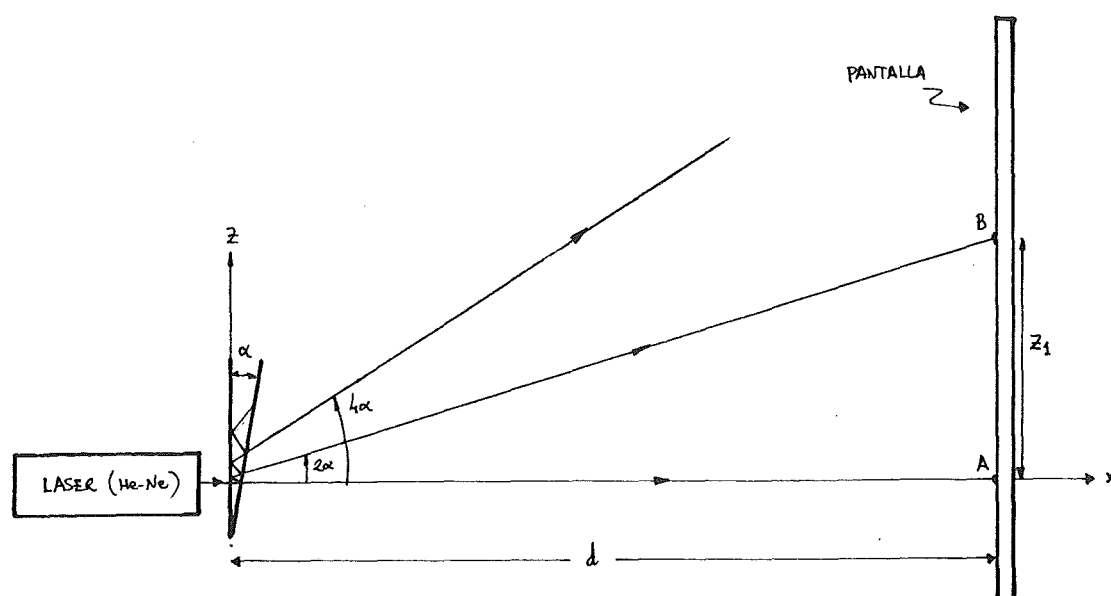


FIG. 2.5.2

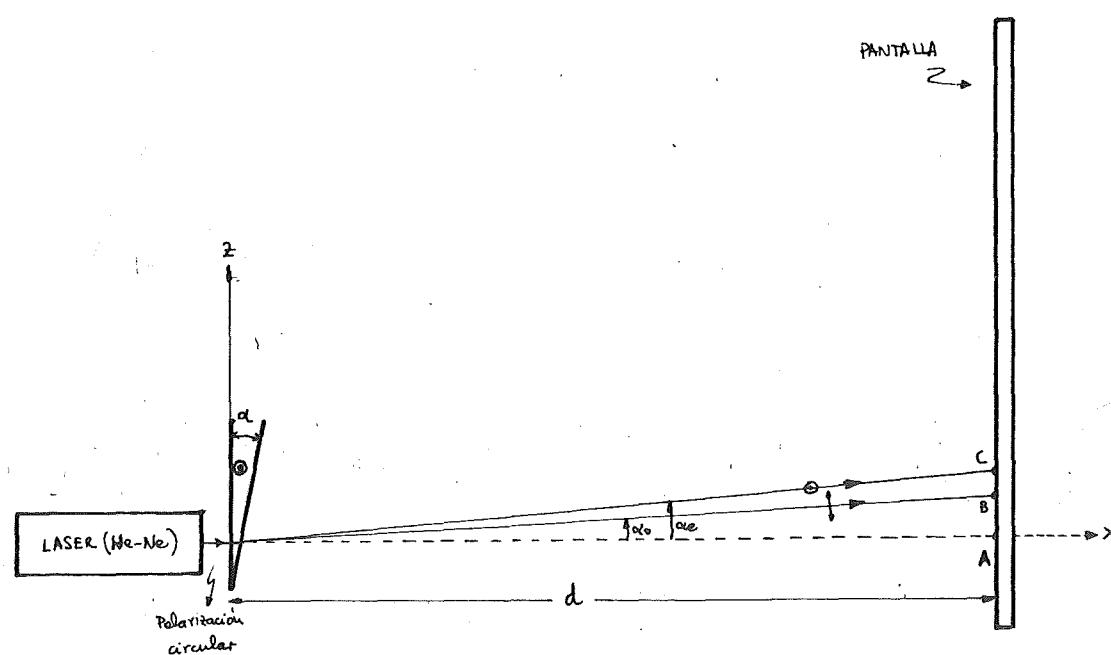


FIG. 2.5.3

Los resultados obtenidos para diversas temperaturas se muestran en la siguiente tabla. El rango de temperatura oscila entre 20°C y 75°C (Temperatura de transición de nemático a isotrópico). El control de la temperatura se logró situando la muestra en un bloque metálico calentado exteriormente. El láser de He-Ne tiene $\lambda(\text{vacío}) = 632,8 \text{ nm}$ y $P = 0.5 \text{ nw}$ (sin polarizar).

T	d (cm)	\overline{AB} (cm)	\overline{AC} (cm)	$\alpha(^{\circ})$	$\alpha_o(^{\circ})$	$\alpha_e(^{\circ})$
20°C	378	6	8.60	1.51	0.910	1.30
30°C	378	6	8.45	1.51	0.910	1.281
40°C	378	6	8.4	1.51	0.910	1.273
50°C	378	6.05	8.25	1.51	0.916	1.25
60°C	378	6.05	8.20	1.51	0.916	1.24
70°C	378	6.15	7.95	1.51	0.932	1.204
75°C	378	6.25	7.65	1.51	0.947	1.160

De esta tabla de resultados experimentales se obtienen los valores de los índices de refracción y su diferencia y cociente:

T	n_o	n_e	$\Delta n = n_e - n_o$	$a = n_e / n_o$
20°C	1.60	1.86	0.26	1.162
30°C	1.60	1.847	0.247	1.154
40°C	1.60	1.842	0.242	1.151
50°C	1.606	1.827	0.221	1.138
60°C	1.606	1.82	0.214	1.133
70°C	1.617	1.797	0.18	1.111
75°C	1.627	1.767	0.14	1.086

Todos estos valores son válidos para $\lambda = 632.8 \text{ nm}$.

Los gráficas de los índices de refracción, diferencia y cociente (en función de la temperatura) ($\lambda = 632,8 \text{ um}$) se muestran respectivamente en las figuras 2.5.4, 5 y 6.

Para conocer la variación de los índices de refracción en función de la frecuencia de la radiación incidente se utilizó el montaje mostrado en la fig. 2.5.2, pero cambiando el laser de He-Ne por un monocromador BAUSCH & LOMB de potencia . Todas las medidas se hicieron para temperatura ambiente.

Las tablas de resultados experimentales se muestra a continuación. Los valores de \overline{AB} y \overline{AC} se dan multiplicados por 10, ya que la franja luminosa proporcionada por el monocromador se formaba nitidamente solo a 34 cm de su apertura. Se realizó un montaje óptico que permitió obtener en una pantalla distante la imagen formada a 34 cm, pero ampliada 10 veces.

$T = 20^\circ\text{C}$

$\lambda(\text{nm})$	$d(\text{cm})$	$10 \times \overline{AB}(\text{cm})$	$10 \times \overline{AC}(\text{cm})$	$\alpha(^{\circ})$	$\alpha_o(^{\circ})$	$\alpha_e(^{\circ})$
450	34	5.50	8.80	1.51	0.926	1.482
500	34	5.45	8.20	1.51	0.918	1.381
550	34	5.45	7.95	1.51	0.918	1.339
600	34	5.40	7.80	1.51	0.909	1.314
650	34	5.35	7.65	1.51	0.901	1.288
700	34	5.35	7.55	1.51	0.901	1.272

De esta tabla de resultados experimentales, se obtienen los valores de los índices de refracción, su diferencia y cociente.

n_e, n_o
($\lambda = 632.8 \text{ nm.}$)

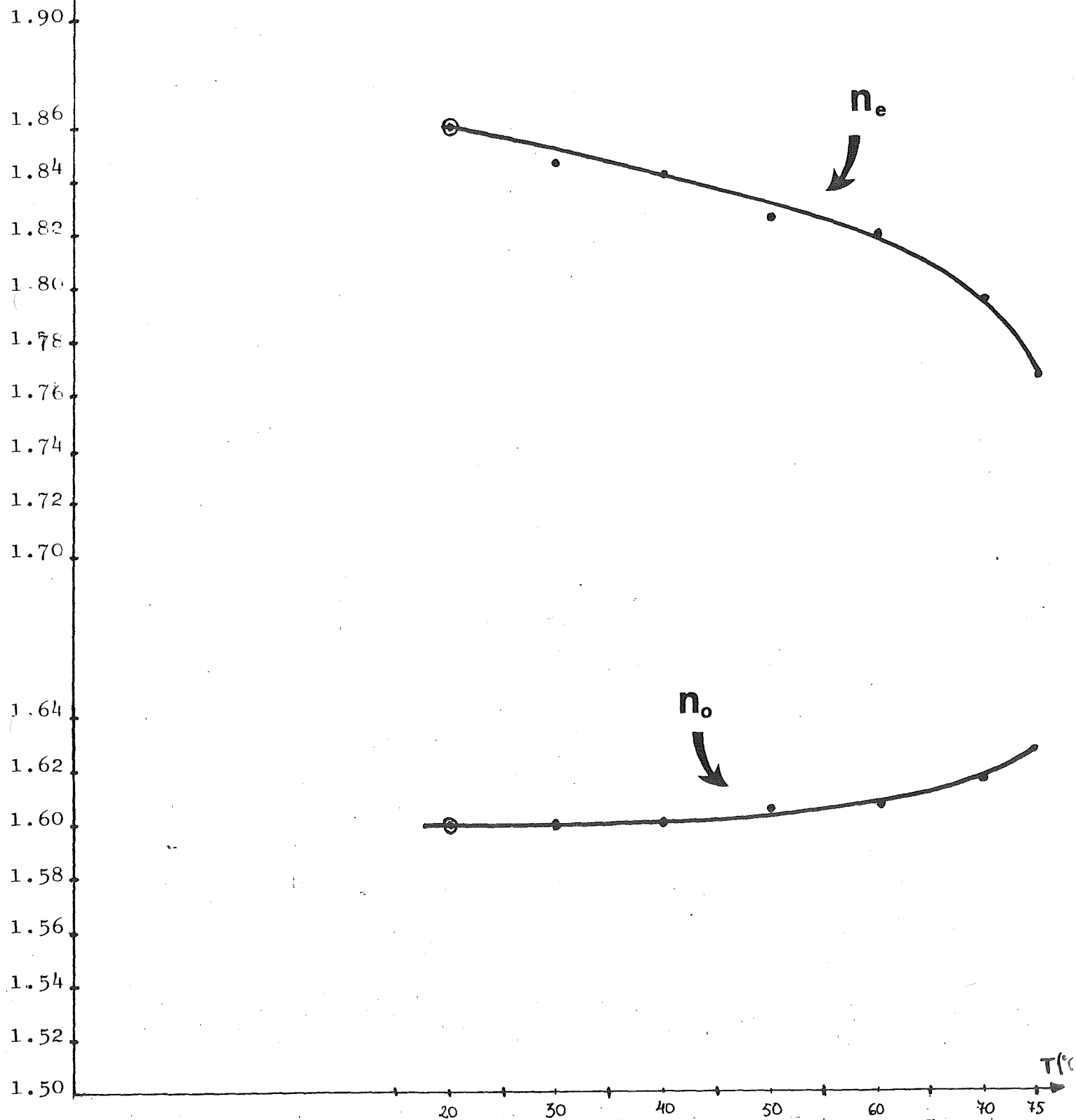


FIG 2.5.4

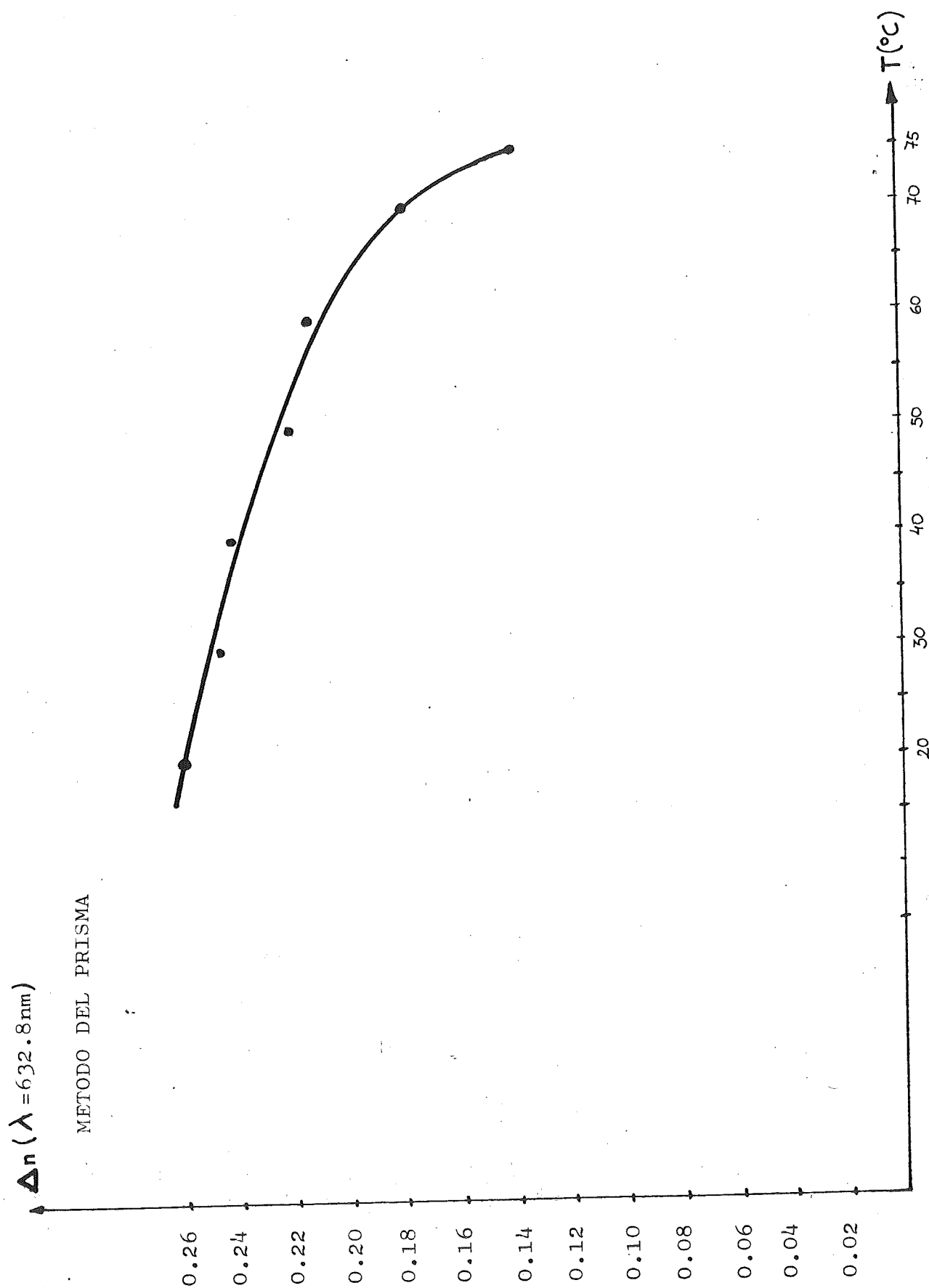


FIG. 2.5.5

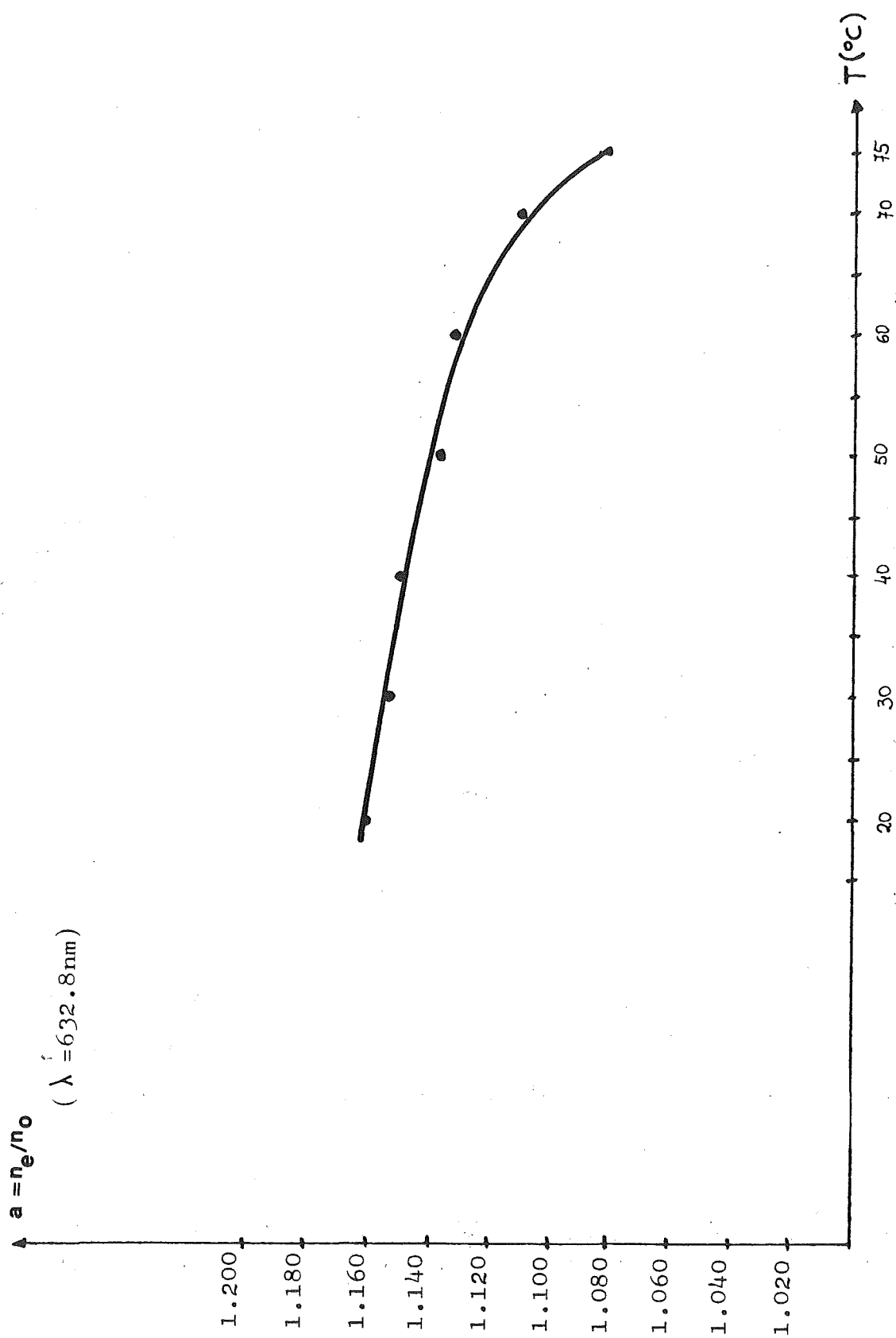


FIG. 2.5.6.

$\lambda(\text{nm})$	n_o	n_e	$\Delta n = n_e - n_o$	$a = n_e / n_o$
450	1.613	1.98	0.367	1.277
500	1.608	1.914	0.306	1.190
550	1.608	1.886	0.278	1.173
600	1.602	1.869	0.267	1.167
650	1.596	1.852	0.256	1.160
700	1.596	1.842	0.246	1.154

En las figs. 2.5.7, 8 y 9 se muestran gráficamente los valores de los índices de refracción, su diferencia y cociente, en función de la longitud de onda de la radiación incidente para la temperatura ambiente $T = 20^\circ\text{C}$.

Por otra parte se han comparado los resultados mostrados en la fig. 2.5.7 con la fórmula teórica de Cauchy:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

Por el método de ajuste de mínimos cuadrados se han obtenido los valores de A y B (en primera aproximación no se tiene en cuenta C) para n_e y n_o , resultando:

$$\left\{ \begin{array}{l} n_e = 1.737 + \frac{47.48 \times 10^3}{\lambda^2} \quad \lambda(\text{nm}) \\ \text{Coeficiente de correlación} = 0.986 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n_o = 1.58 + \frac{6.14 \times 10^3}{\lambda^2} \quad \lambda(\text{nm}) \\ \text{Coeficiente de correlación} = 0.978 \end{array} \right.$$

Estos resultados confirman la validez de las medidas y la excelente concordancia con el modelo teórico de Cauchy.

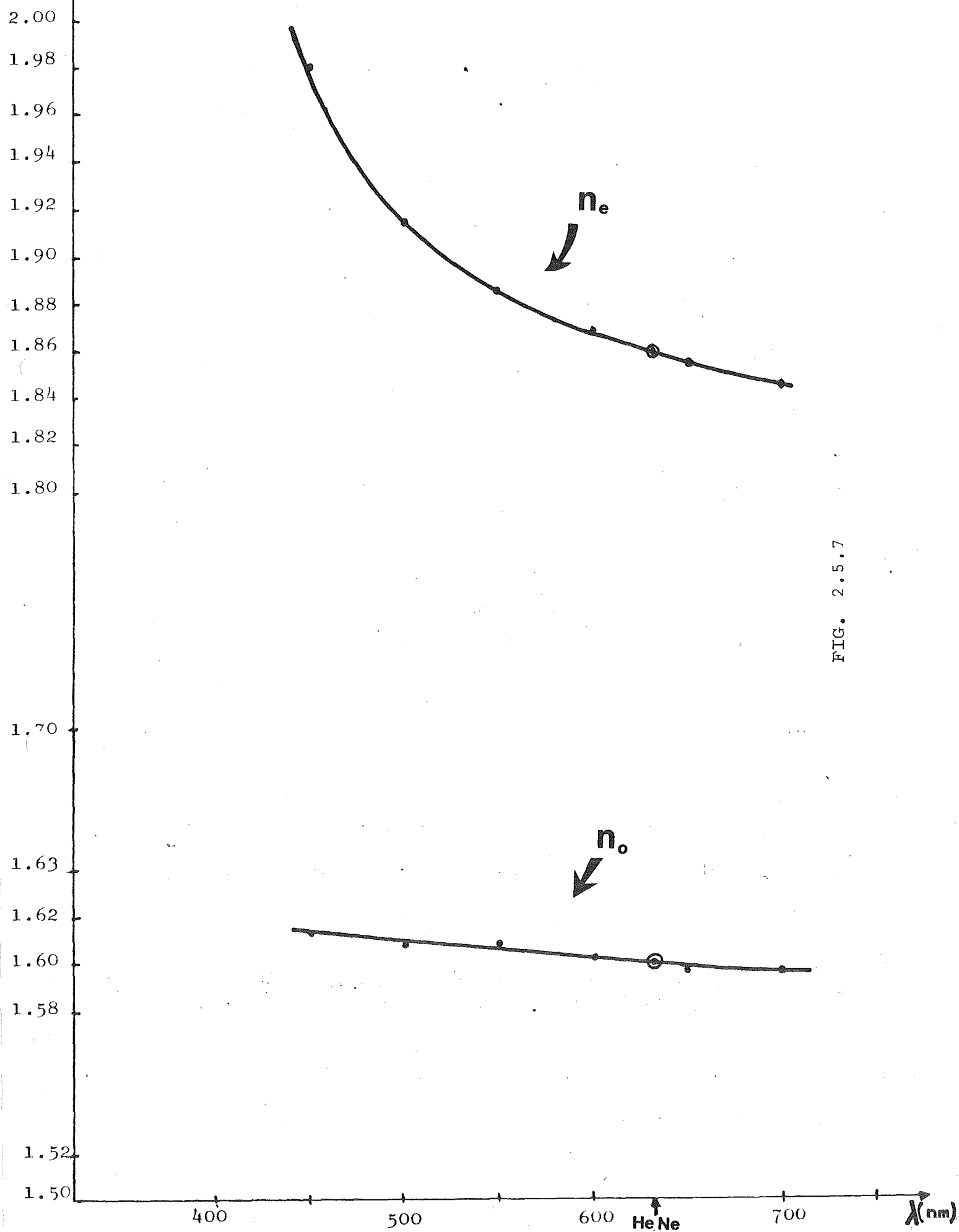
n_e, n_o
($T=20^\circ\text{C}$)

FIG. 2.5.7

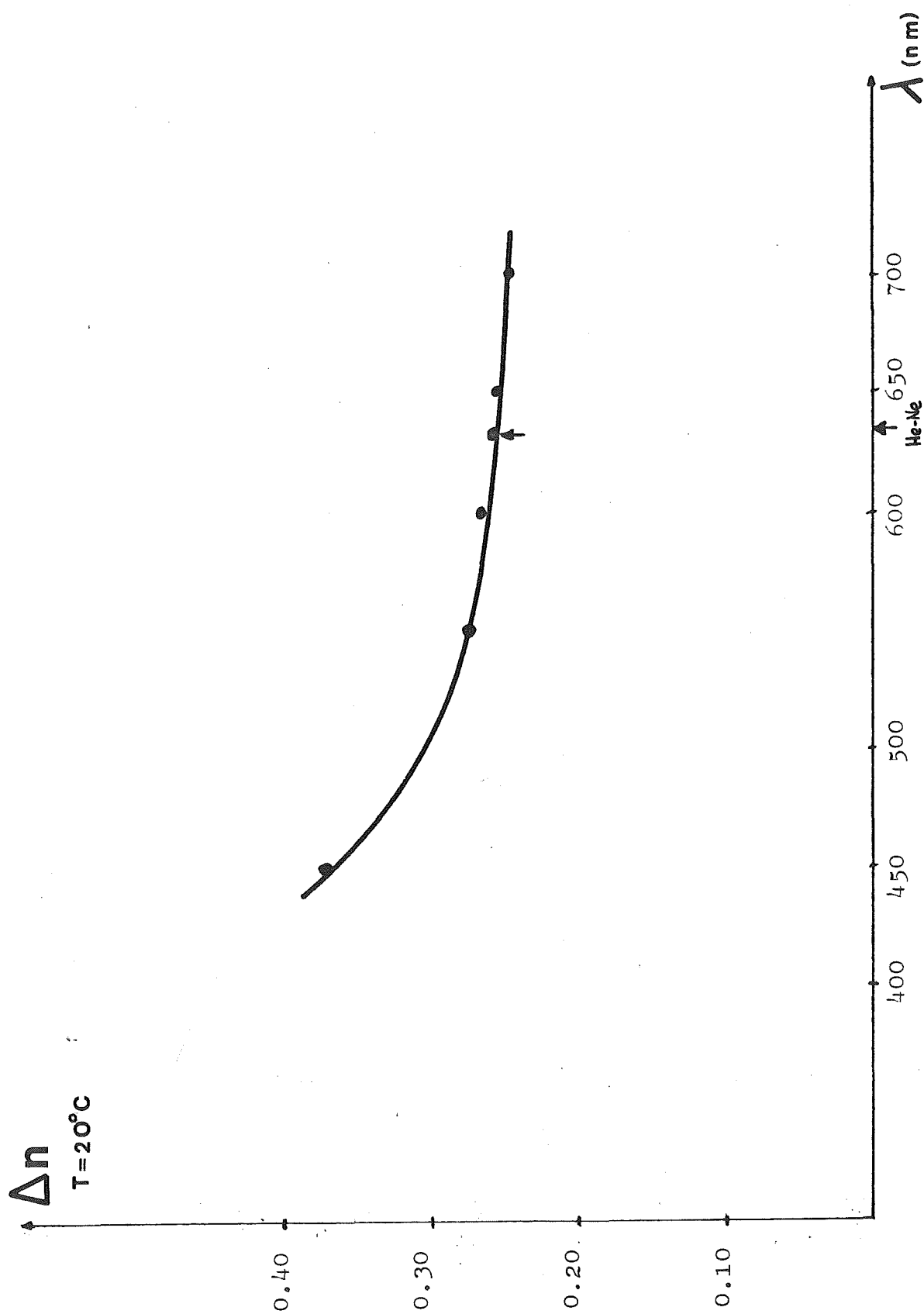


FIG. 2.5.8

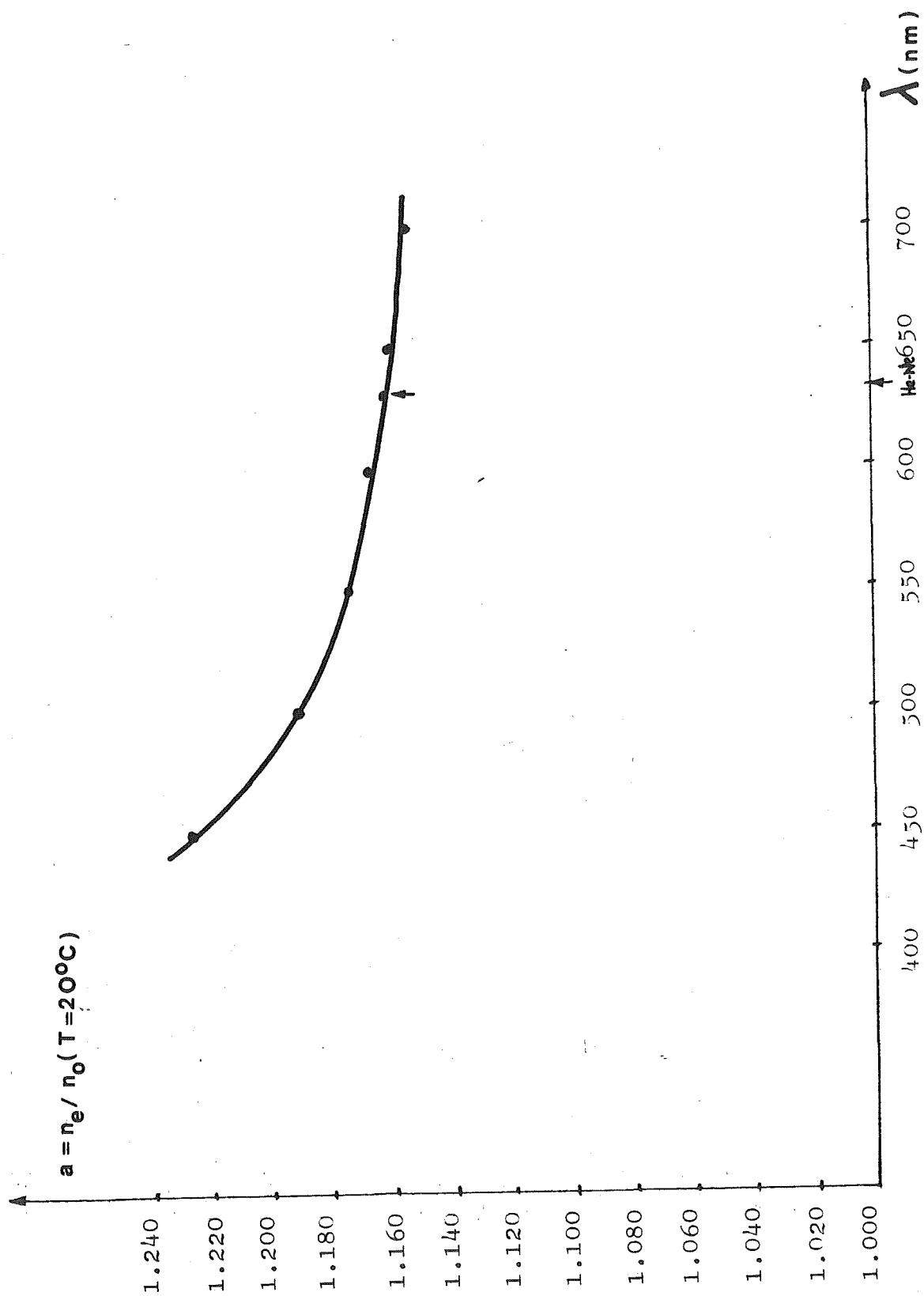


FIG. 2.5.9

2.5.3) Método de Haller

Haller, Huggins y Freiser en la Ref. 68 proporcionan otro método muy sencillo para conocer la diferencia de los índices de refracción (Δn), utilizando el mismo prisma del caso 2). Si se sitúa este prisma, que contiene el cristal líquido paralelo al vértice, como se muestra en la figura 2.5.10., aparecerán dos grupos de franjas uniformes equiespaciadas dependiendo de si los polarizados están paralelos o cruzados entre si. En este trabajo se ha aprovechado la utilización de una lente que, mediante la propiedad de los planos conjugados, permita la observación de las franjas sin necesidad de mirar a través de microscopio. También se logra una reducción de los errores de medida al tener longitudes mucho más grandes.

La lente situada a continuación del conjunto muestra polarizadores proporcionan en la pantalla (plano imagen) la muestra (plano objeto) ampliada un factor determinado por sus distancias a la pantalla muestra, y su longitud focal.

El aspecto de la imagen obtenida en la pantalla se ofrece en la fig. 2.5.11.

La separación entre franjas, pertenecientes al mismo grupo, viene dado por

$$x = \frac{\lambda}{\alpha \Delta n} \times f$$

f = factor de ampliación

α = ángulo del prisma

El valor del factor de ampliación se obtiene hallando el cociente entre la longitud del vértice del prisma (a lo largo del eje y) en el plano imagen y la longitud real del vértice del prisma en el plano objeto.

Por lo tanto Δn viene dado por:

$$\Delta n = \frac{\lambda f}{\alpha \Delta x}$$

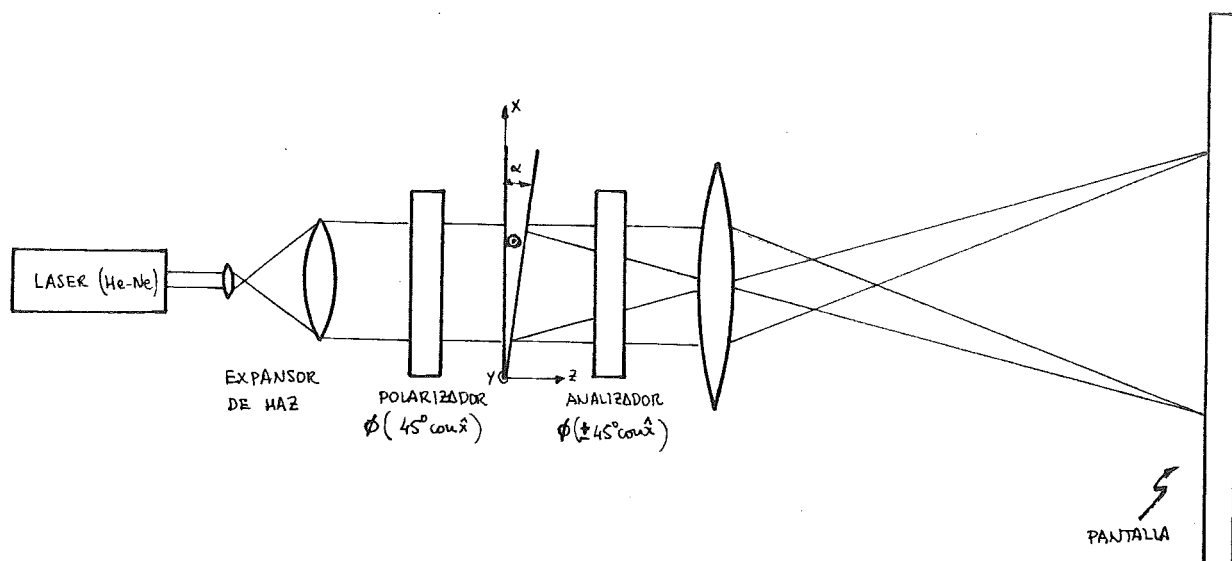


FIG. 2.5.10

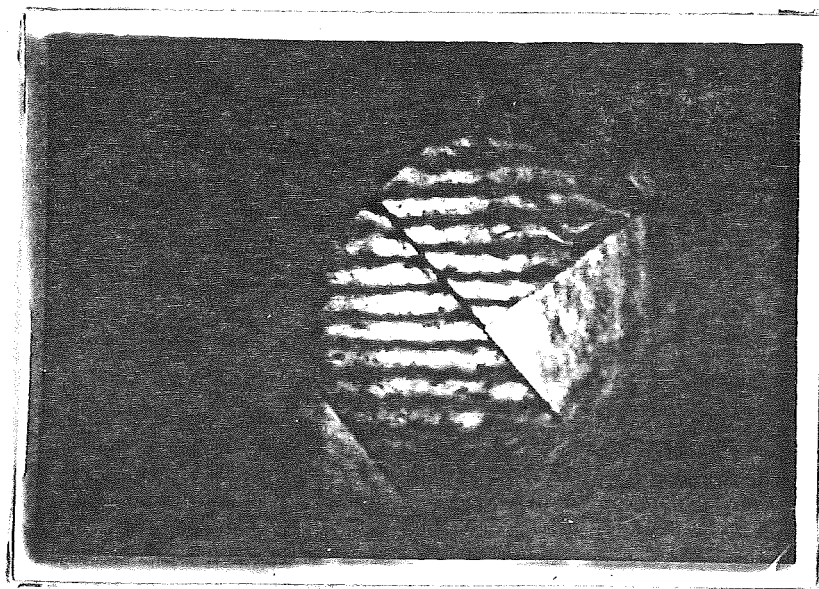


FIG. 2.5.11

El prisma usado es el mismo del apartado anterior del que ya se conoce su ángulo $\alpha = 1.51^\circ$. El ángulo α a emplear en la fórmula se debe expresar en radianes $\alpha = 0.0264$ rad.

La longitud de onda, λ , del laser empleado es 632.8nm (He-Ne). El haz de salida de este laser es de 0.5 mw sin polarizar.

El factor de ampliación, f , se obtiene de dividir

$$\frac{\text{LONGITUD DEL VERTICE EN LA PANTALLA}}{\text{LONGITUD REAL DEL VERTICE}} = \frac{68.2 \text{ cm}}{1.1 \text{ cm}} = 62$$

Se midió la separación Δx entre dos franjas consecutivas (del mismo grupo, obtenido con polarizadores cruzados) para varias temperaturas desde 20°C hasta 75°C.

Los resultados se muestran en la tabla siguiente

T (°C)	α (rad)	f	Δx (mm)
20	0.0264	62	5.5
30	0.0264	62	6
40	0.0264	62	6
50	0.0264	62	6.5
60	0.0264	62	7
70	0.0264	62	8
75	0.0264	62	10.5

Por medio de la fórmula

$$\Delta n = \frac{\lambda f}{\alpha \Delta x} \quad (\lambda = 632.8 \text{ nm})$$

se llega a la tabla de resultados experimentales

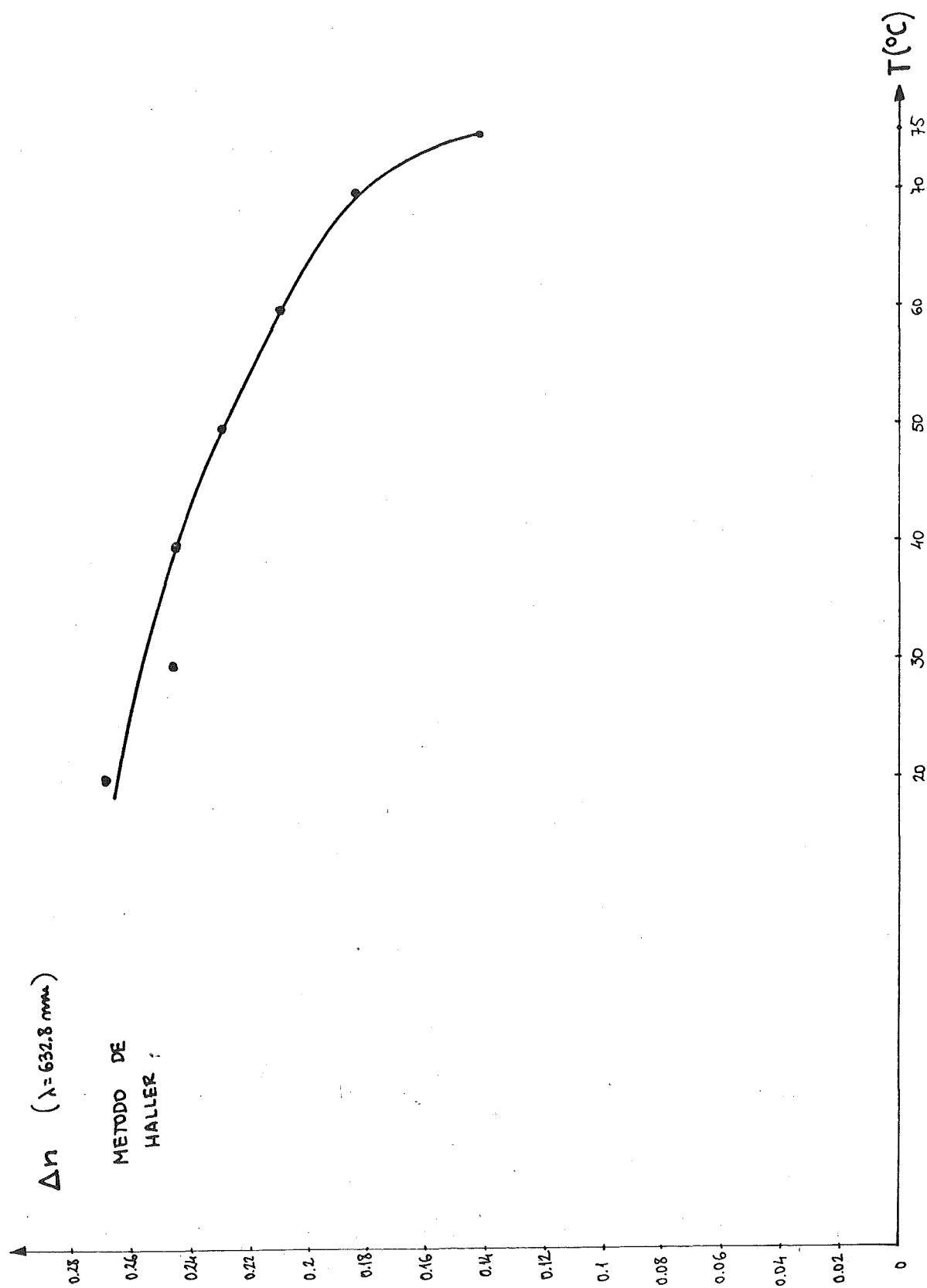


FIG. 2.5.12

<u>T(°C)</u>	<u>Δn</u>
20	0.27
30	0.247
40	0.247
50	0.23
60	0.21
70	0.185
75	0.14

Estos resultados se muestran gráficamente en la fig. 2.5.12. Al comparar las figuras 2.5.5 y 2.5.12 se comprueba la similitud de los resultados obtenidos por estos dos métodos.

2.6. PARAMETRO DE ORDEN Y SU DEPENDENCIA CON LA TEMPERATURA

Al tener orientada una muestra de cristal líquido nemático según una cierta dirección ($\vec{\mu}$), no están orientadas todas las moléculas según esa dirección debido a los efectos térmicos. El director (\vec{n}) de cada molécula forma un ángulo θ_0 con la dirección $\vec{\mu}$. Matemáticamente se expresa:

$$\vec{\mu} \cdot \vec{n} = \cos \theta_0$$

Una muestra ideal, perfectamente orientada tendría todas las moléculas formando un ángulo θ_0 nulo. En realidad no es así y se define un parámetro de orden, que expresa el orden interno de la orientación de las moléculas del cristal líquido nemático. Este parámetro de orden (S) se define como:

$$S = \frac{1}{2} (3 \langle \cos^2 \theta_0 \rangle - 1)$$

donde $\langle \rangle$ significa promedio espacial, es decir extendido a todas las moléculas del cristal líquido.

Como ya es sabido, para una muestra completamente ordenada, $\langle \cos^2 \theta_0 \rangle = 1$ y para una muestra con sus moléculas orientadas al azar $\langle \cos^2 \theta_0 \rangle = 1/3$. Por lo tanto el parámetro de orden (S)

tomará los valores de 1 y 0 respectivamente, según se trate de muestras completamente orientadas u orientadas al azar.

Por otra parte de acuerdo con la teoría de Maier y Saupe, explicada en la bibliografía de cristales líquidos (ref. 24, 48), se puede obtener el parámetro de orden en función de medidas macroscópicas, como son la variación de la anisotropía dieléctrica y magnética, variación de la diferencia de los índices de refracción, variación de la absorción de las muestras de cristal líquido, etc., en función de la temperatura.

En este trabajo se ha medido en un apartado anterior de este capítulo la variación de la diferencia de los índices de refracción (Δn) con la temperatura. Como se necesita un valor de referencia de S para una determinada temperatura, se ha tomado el valor de $S = 0.375$ para la temperatura de transición de fase nemática a líquido isotropo (T_{NI}). Se ha tomado este valor para $S(T_{NI})$ porque para todas las medidas en cristales líquidos nemáticos referenciadas por otros investigadores del Tema, siempre se encuentra que $0.35 < S_{T_{NI}} < 0.4$.

El criterio ha sido tomar el valor medio de esta franja ($S_{T_{NI}} = 0.375$).

De acuerdo con todo lo anterior y a través de la relación

$$\Delta n \sim S$$

se llega a los valores mostrados en la tabla siguiente, por medio de simples proporciones

T(°C)	S
20	0.696
30	0.661
40	0.648
50	0.592
60	0.573
70	0.482
75	0.375

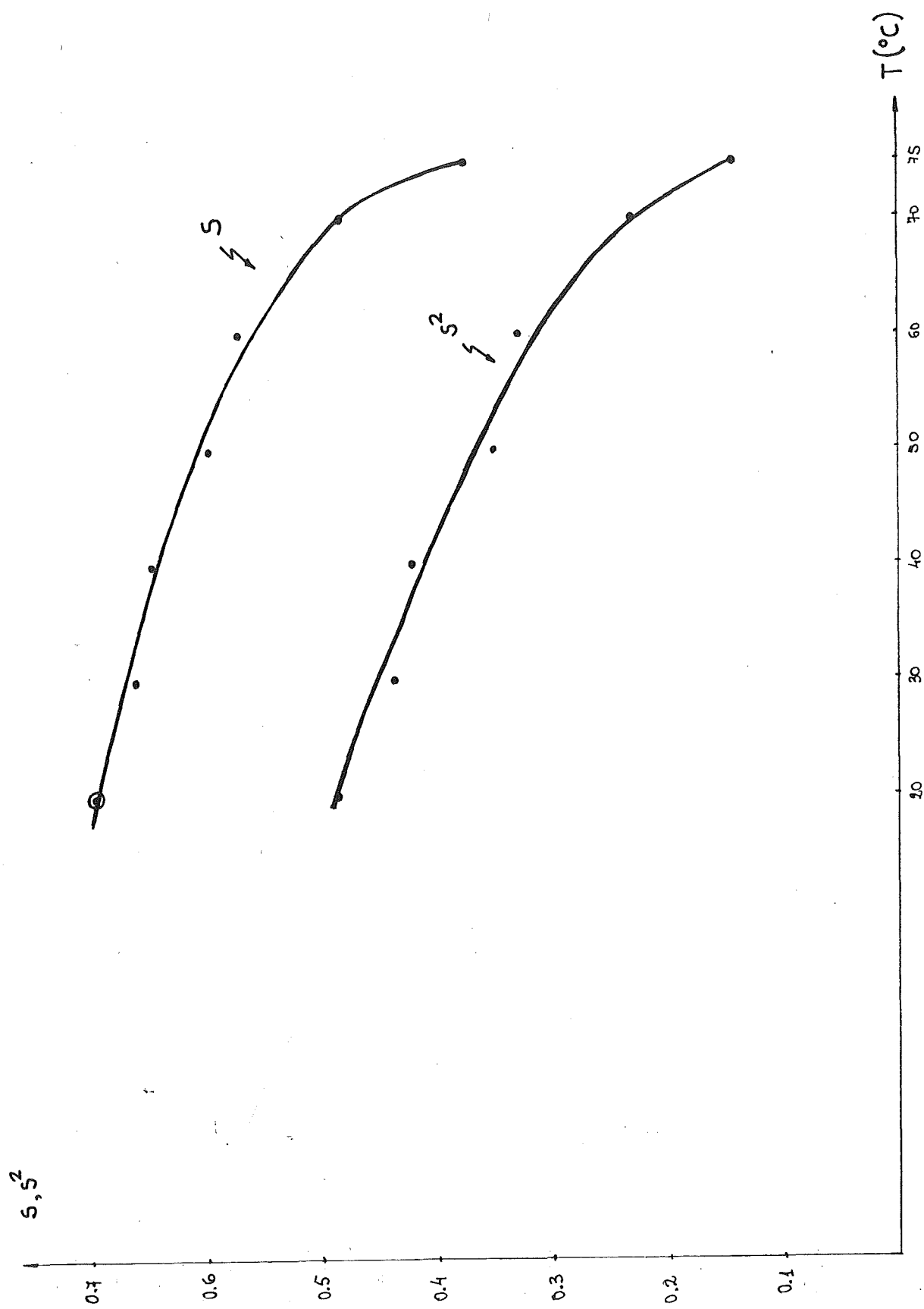


FIG. 2.6.1

Estos resultados se muestran gráficamente en la fig. 2.6.1. Por otra parte, estos valores coinciden también con los obtenidos por P. García Gutierrez por métodos de absorción y que serán presentados por él en su Tesis Doctoral.

2.7. VISCOSIDAD MEDIA Y SU DEPENDENCIA CON LA TEMPERATURA

Una de las características más importantes de las deflexiones de la luz, a su paso por estructuras de cristales líquidos nemáticos, es la rapidez de las conmutaciones de un ángulo de salida a otro.

La velocidad de respuesta depende de varios factores, como se estudia en un apartado de este trabajo. Un factor primordial es la viscosidad que presenta el cristal líquido. Esta viscosidad se opone a giros de las moléculas del mismo, y por tanto nos limitará la frecuencia máxima de respuesta.

Realmente un tratamiento exacto necesita el uso de tensores para trabajos con las diferentes viscosidades que presenta el cristal líquido, al ser anisótropo, pero con objeto de simplificar el tratamiento matemático del problema, se ha preferido trabajar con una viscosidad media. Las medidas realizadas confirman la validez de esta simplificación al ser similares las predicciones teóricas y los resultados experimentales.

Como ya es conocido por la bibliografía de cristales líquidos, al aplicar un pulso de voltaje positivo superior al umbral, a una estructura plana homeotrópica de cristal líquido nemático (con anisotropía negativa) se produce un realineamiento molecular que puede detectarse por medio del montaje explicado en otro apartado, de este capítulo, dedicado a medir la constante elástica de flexión (K_3).

De acuerdo con las ref. (151,148 y 96), el tiempo de bajada del pulso de intensidad luminosa está relacionado con la visco

sidad de la forma siguiente:

$$\tau_{\text{BAJADA}} = \left(\frac{d}{\pi}\right)^2 \frac{\gamma_m}{K_3}$$

donde

d = distancia entre electrodos

γ_m = viscosidad media

K_3 = constante elástica de flexión

Los resultados experimentales para varias temperaturas se muestran a continuación. El pico del voltaje aplicado se mantuvo siempre ligeramente superior al umbral que depende asimismo de la temperatura. El cristal líquido empleado ha sido LICRISTAL FA SE V. La señal, como se ha dicho, era una señal pulsada, de picos positivos y con una frecuencia de 6Hz.

$T(^{\circ}\text{C})$	$d(\mu\text{m})$	K_3 (Newtons)	τ_{BAJADA} (m. seg)
20	25	8.1×10^{-12}	176
30	25	7.4×10^{-12}	123
40	25	7×10^{-12}	99.5
50	25	5.8×10^{-12}	82
60	25	5.3×10^{-12}	48
70	25	4×10^{-12}	54
75	25	2.2×10^{-12}	75

De aquí se obtienen los valores de la viscosidad media

$T(^{\circ}\text{C})$	γ_m (centipoises)
20	22.6
30	14.4
40	11
50	7.5
60	4
70	3.4
75	2.6

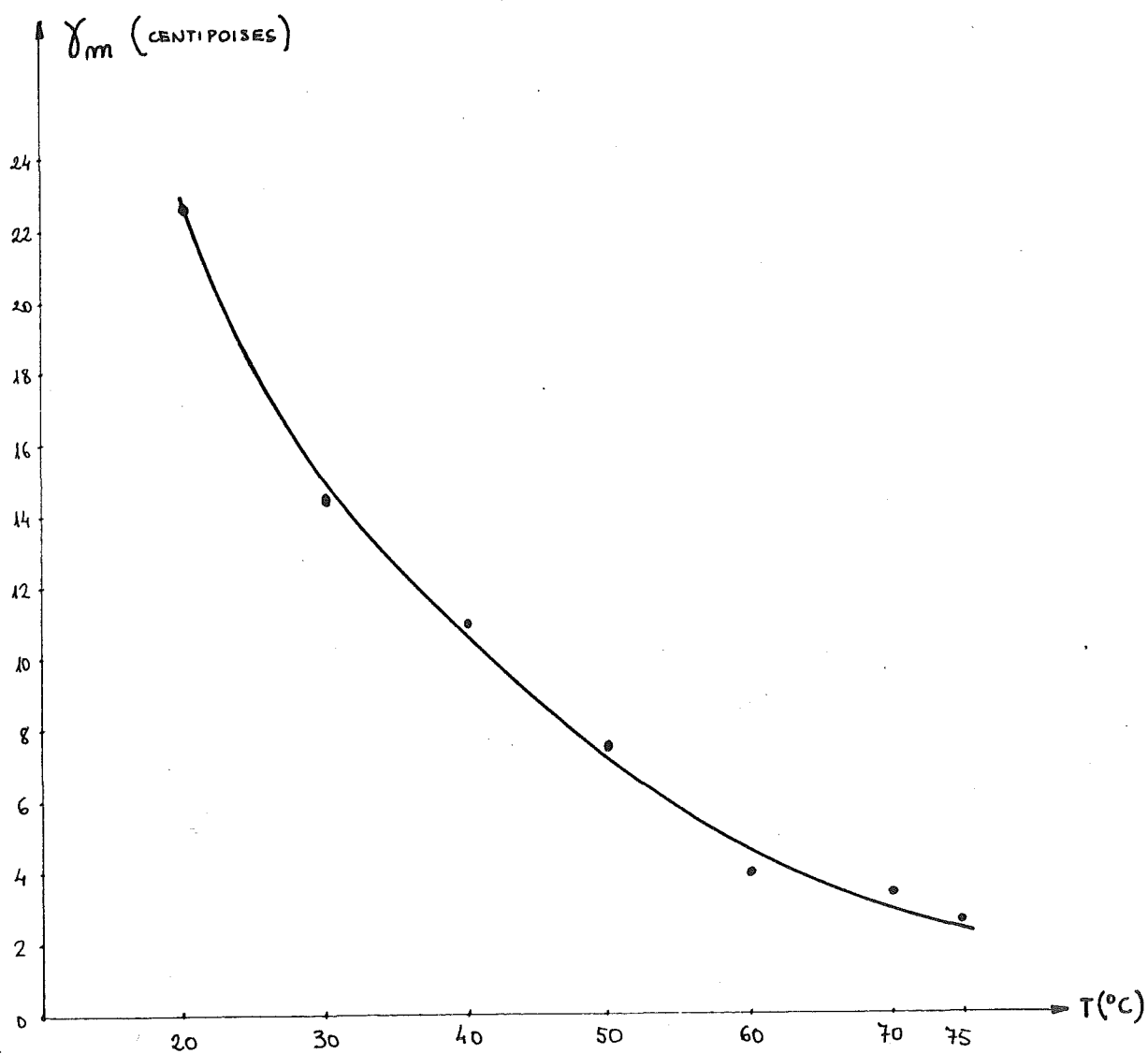


FIG. 2.7.1

En la ref. (109) se da el valor de 27.5 cp. para temperatura ambiente. En la fig. 2.7.1 se muestra la variación de γ con la temperatura. La discrepancia entre el valor dado por el fabricante, 27,5 cp, y la aquí obtenida, ~ 23 cp, puede ser debida a la aparición del efecto Felici y cuyo estudio aún se encuentra en una primera aproximación. De hecho son muy escasas las referencias que le mencionan aunque parece puede afectar considerablemente en las medidas realizadas a muy baja frecuencia.

CAPITULO III. ORIENTACION DE LAS MOLECULAS DE
CRISTAL LIQUIDO EN ESTRUCTURAS
CILINDRICAS Y EN CUÑA, EN PRE-
SENCIA DE CAMPOS.

3.1. INTRODUCCION

El estudio del realineamiento de las moléculas de cristal líquido nemático introducidas en un capilar ha sido ya iniciado en la Ref. 136 . En ella, aunque las suposiciones de partida eran correctas y de hecho algunas de las ecuaciones que aquí se presentarán coinciden con las allí expuestas, al ser resuelto el problema por cálculo numérico y no introducirse unas condiciones de contorno totalmente válidas, los resultados obtenidos carecían de un significado físico claro. En este estudio se llevará a cabo una resolución analítica del problema que, con las adecuadas simplificaciones, conducirá a unas expresiones cuyo sentido físico ya es adecuado y correcto. De hecho, una parte de este significado, se debe a los contactos mantenidos con Ivan P. Kam^unow, para la publicación de estos resultados. Las soluciones aquí dadas, de carácter analítico, difieren en parte de las obtenidas en la Ref. 136 y presentan una realidad física incuestionable. Por otra parte, la solución ha sido ampliada a los dos casos posibles, homotrópico y homeotrópico.

La segunda parte de este apartado se referirá a estructuras en forma de cuña cuyo estudio es totalmente original y no ha sido realizado con los fines del presente, por ningún otro grupo de trabajo.

3.2. ALINEAMIENTO DEL CRISTAL LIQUIDO NEMATICO SOMETIDO A CAMPOS CONSTANTES APLICADOS EN ESTRUCTURAS CILINDRICAS

Con objeto de conocer el alineamiento de las moléculas del cristal líquido en condiciones estáticas, es decir con campos aplicados constantes, se va a aplicar la teoría del continuo elástico, como ya se expuso en el capítulo introductorio.

Como ya es sabido la expresión de la densidad de energía libre en ausencia de campos externos aplicados viene dada por

$$F = \frac{1}{2} K_1 (\text{div } \hat{n})^2 + \frac{1}{2} K_2 (\hat{n} \cdot \text{rot } \hat{n})^2 + \frac{1}{2} K_3 (\hat{n} \wedge \text{rot } \hat{n})^2 \quad (3.2.1)$$

siendo:

- F = densidad de energía libre
- K_1 = constante elástica de divergencia
- K_2 = constante elástica de torsión
- K_3 = constante elástica de flexión
- \hat{n} = vector unitario en la dirección de la molécula de cristal líquido \equiv director

En el caso de estructuras cilíndricas y desde un punto de vista pragmático, sólo tiene sentido la aplicación de campos magnéticos, que podrán ser fundamentalmente de dos formas:

H_z = Campo magnético a lo largo del eje de la estructura cilíndrica

H_x = Campo magnético transversal a la estructura cilíndrica

En estos casos la expresión anterior de la densidad de energía libre queda modificada en la forma siguiente:

$$F = \frac{1}{2} K_1 (\text{div } \hat{n})^2 + \frac{1}{2} K_2 (\hat{n} \cdot \text{rot } \hat{n})^2 + \frac{1}{2} K_3 (\hat{n} \wedge \text{rot } \hat{n})^2 - \frac{1}{2} \chi_a (\hat{n} \cdot \vec{H})^2 \quad (3.2.2)$$

siendo

H = intensidad de campo magnético aplicada al cristal líquido

X_a = anisotropía magnética (ya definida en el capítulo introductorio)

En el capítulo experimental se han llegado a los siguientes valores de las constantes elásticas del cristal líquido usado, para temperatura ambiente:

$$K_1 = 7.1 \times 10^{-12} \text{ N}$$

$$K_2 = 5 \times 10^{-12} \text{ N}$$

$$K_3 = 8.1 \times 10^{-12} \text{ N}$$

Siendo por tanto:

$$\frac{K_3}{K_1} = 1.14$$

$$\frac{K_2}{K_1} = 0.71$$

Por ello puede considerarse sin un gran error la aproximación:

$$K = K_1 = K_2 = K_3$$

A través de ella se llegará, como veremos, a resultados muy semejantes a los obtenidos sin hacer esta suposición, con la ventaja de la enorme simplificación de los desarrollos matemáticos involucrados en el cálculo.

La expresión (3.2.2) de la densidad de energía libre queda así en la forma

$$F = \frac{1}{2} K ((\text{div } \hat{n})^2 + (\hat{n} \cdot \text{rot } \hat{n})^2 + (\hat{n} \wedge \text{rot } \hat{n})^2) - \frac{1}{2} X_a (\hat{n} \cdot \vec{H})^2 \quad (3.2.3)$$

que a su vez puede simplificarse llegando a:

$$F = \frac{1}{2} K ((\text{div } \hat{n})^2 + (\text{rot } \hat{n})^2) - \frac{1}{2} X_a (\hat{n} \cdot \vec{H})^2 \quad (3.2.3a)$$

Al ser las estructuras cilíndricas las estudiadas, es lógico que se pase a definir al director en coordenadas cilíndricas que dando, de acuerdo con la fig. (3.2.1)

$$\hat{n} = \hat{r} \sin \theta \cos \gamma + \hat{\phi} \sin \theta \sin \gamma + \hat{z} \cos \theta \quad (3.2-4)$$

Al poseer esta estructura simetría a lo largo de su eje (eje z), se considerarán nulas sus derivadas axiales, es decir

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0$$

Teniendo en cuenta esta simplificación, se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{div } \hat{n} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (n_\phi) \\ \text{rot } \hat{n} &= \hat{r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (n_z) \right] - \hat{\phi} \left[\frac{\partial}{\partial r} (n_z) \right] + \hat{z} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (n_r) \right] \end{aligned}$$

siendo:

$$n_r = \sin \theta \cos \gamma$$

$$n_\phi = \sin \theta \sin \gamma$$

$$n_z = \cos \theta$$

Llevando estas expresiones a la fórmula de la densidad de energía libre (3.2.3), y tras el correspondiente desarrollo matemático se llega a

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \phi} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{1}{r^2} + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi} \right)^2 \right) + \right. \\ &+ \frac{1}{r} \sin 2\theta \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{2}{r^2} \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi} \right) + \\ &+ \left. \frac{1}{r} \sin 2\theta \left(\left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi} \right) - \left(\frac{\partial \gamma}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \phi} \right) \right) \right] - \\ &- \frac{1}{2} X_a H^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos^2 \theta \longrightarrow H = H_z \\ \text{para} \\ \sin^2 \theta \cos^2 (\gamma + \theta) \longrightarrow H = H_x \end{array} \right. \quad (3.2-5) \end{aligned}$$

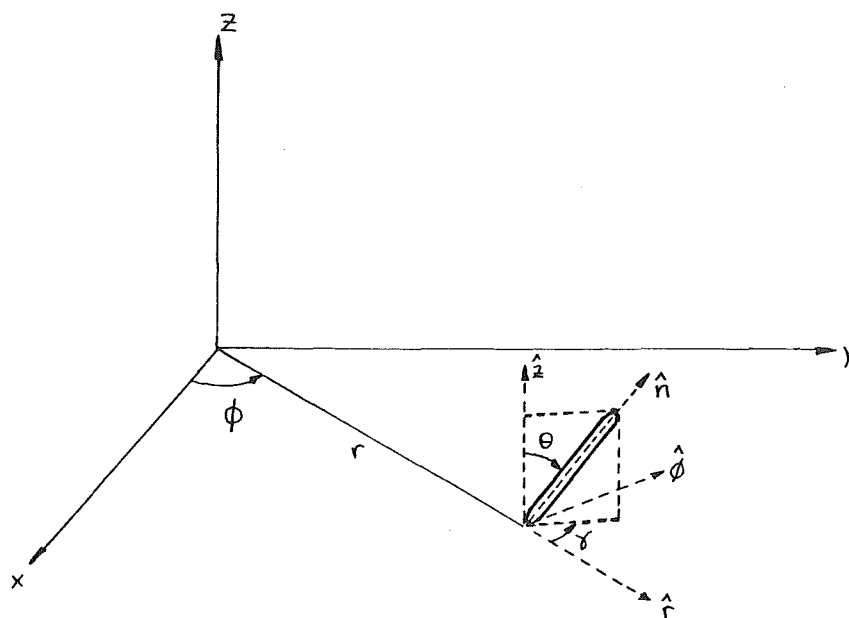


FIG. 3.2.1

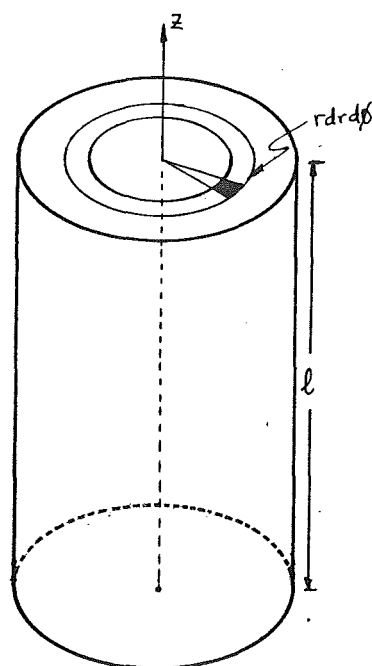


FIG. 3.2.2

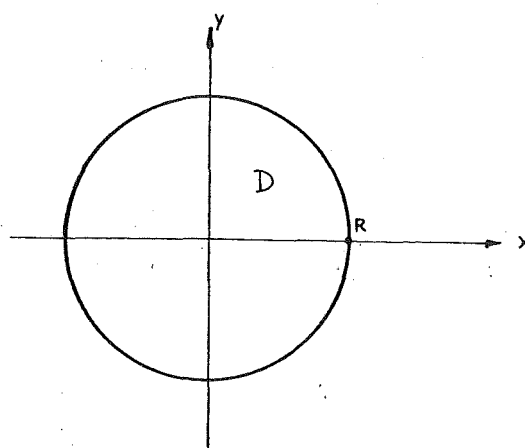


FIG. 3.2.3

La energía libre del sistema en la estructura cilíndrica (U) vendrá dada por

$$U = \iiint_{\text{VOLUMEN}} F \, dV \quad (3.2-6)$$

El volumen al que se extiende esta integral es el dado en la fig. (3.2.2).

Considerando

$$dV = r \, dr \, d\phi \, dz$$

La expresión (3.2-6) queda:

$$U = 1 \iint_D F r \, dr \, d\phi \quad (3.2-7)$$

siendo D el dominio mostrado en la figura 3.2.3.

R = radio de la estructura cilíndrica

La expresión (3.2-7) puede presentarse de una manera más compacta en la forma

$$U = 1 \iint_D G(r, \phi, \theta, \gamma, \frac{\partial \theta}{\partial r}, \frac{\partial \theta}{\partial \phi}, \frac{\partial \gamma}{\partial r}, \frac{\partial \gamma}{\partial \phi}) \, dr \, d\phi \quad (3.2-8)$$

siendo $G = Fr$.

El alineamiento de las moléculas de cristal líquido vendrá dado por las soluciones que hagan mínima la energía libre del cristal líquido, es decir por las soluciones que hagan mínima la integral doble de la expresión (3.2-8).

Según el cálculo variacional, en las referencias 42 y 92 indican que, las soluciones que hagan mínima esta integral vienen dadas por las condiciones de Euler-Ostrogradski

$$\frac{\partial G}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial G}{\partial (\frac{\partial \theta}{\partial r})} \right] - \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{\partial G}{\partial (\frac{\partial \theta}{\partial \phi})} \right] = 0 \quad (3.2-9a)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \gamma} - \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial G}{\partial (\frac{\partial \gamma}{\partial r})} \right] - \frac{\partial}{\partial \phi} \left[\frac{\partial G}{\partial (\frac{\partial \gamma}{\partial \phi})} \right] = 0 \quad (3.2-9b)$$

Puig-Adam en la referencia (129) desarrolla la expresión (3.2-9a) quedando

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \theta}{\partial r}) \partial r} + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \theta}{\partial r}) \partial \theta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \theta}{\partial r}) \partial(\frac{\partial \theta}{\partial r})} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2}\right) + \\
 & + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \theta}{\partial r}) \partial(\frac{\partial \theta}{\partial \phi})} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r \partial \phi}\right) + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \theta}{\partial \phi}) \partial \phi} + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \theta}{\partial \phi}) \partial \theta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \phi}\right) + \\
 & + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \theta}{\partial \phi}) \partial(\frac{\partial \theta}{\partial r})} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r \partial \phi}\right) + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \theta}{\partial \phi}) \partial(\frac{\partial \theta}{\partial \phi})} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \phi^2}\right) - \frac{\partial G}{\partial \theta} = 0 \quad (3.2-10)
 \end{aligned}$$

Recordando que $G = Fr$, siendo F la expresión dada en la fórmula (3.2-5), se obtiene de la expresión anterior la siguiente ecuación en derivadas parciales:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \phi^2} = \sin \theta \cos \theta \left[\left(\frac{\partial \gamma}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(1 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi}\right)^2\right) + \right. \\
 \left. + \frac{\chi_a H^2}{K} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\cos^2(\gamma + \phi) \end{Bmatrix} \right] \text{ para } \begin{cases} H = H_z \\ H = H_x \end{cases} \quad (3.2-11)
 \end{aligned}$$

Esta expresión se puede esquematizar de la forma:

$$\begin{aligned}
 \Delta \theta = \sin \theta \cos \theta \left[(\text{grad}(\gamma + \phi))^2 + \frac{\chi_a H^2}{K} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\cos^2(\gamma + \phi) \end{Bmatrix} \right] \text{ para } \\
 \begin{cases} H = H_z \\ H = H_x \end{cases} \quad (3.2-12)
 \end{aligned}$$

Por otra parte, de acuerdo con Puig-Adam (referencia 129) la expresión (3.2-9b) desarrollada queda:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \gamma}{\partial r}) \partial r} + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \gamma}{\partial r}) \partial \gamma} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \gamma}{\partial r}) \partial(\frac{\partial \gamma}{\partial r})} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial r^2}\right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \gamma}{\partial r}) \partial(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi})} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial r \partial \phi} \right) + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi}) \partial \phi} + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi}) \partial \gamma} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi} \right) + \\
& + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi}) \partial(\frac{\partial \gamma}{\partial r})} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial r \partial \phi} \right) + \frac{\partial^2 G}{\partial(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi}) \partial(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi})} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial \phi^2} \right) - \frac{\partial G}{\partial \gamma} = 0 \quad (3.2-13)
\end{aligned}$$

Aplicando la expresión $G = Fr$ en (3.2-13) se obtiene la siguiente expresión en derivadas parciales

$$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \gamma}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial \phi^2} = \frac{\chi_a H^2}{2K} \begin{cases} 0 \\ \text{sen } 2(\gamma + \phi) \end{cases} \quad \text{para } \begin{cases} H = H_z \\ H = H_x \end{cases} \quad (3.2-14)$$

Esta expresión se puede esquematizar de la forma

$$\Delta \gamma = \begin{cases} 0 \\ \frac{\chi_a H^2}{2K} \text{sen } 2(\gamma + \phi) \end{cases} \quad \text{para } \begin{cases} H = H_z \\ H = H_x \end{cases} \quad (3.2-15)$$

La resolución del sistema de ecuaciones diferenciales dado en (3.2-12) y (3.2-15) permitirá obtener la información necesaria para conocer el alineamiento de las moléculas del cristal líquido en el caso de campos aplicados constantes.

Se puede observar que las expresiones (3.2-12) y (3.2-15) también nos dan las soluciones para el caso de $H=0$ (ausencia de campos externos) por medio de un par de ecuaciones de gran simplicidad matemática como son:

$$\begin{cases} \Delta \theta = \text{sen } \theta \cos \theta (\text{grad } (\gamma + \phi))^2 \\ \Delta \gamma = 0 \end{cases} \quad (3.2-16)$$

A continuación se aplicarán estas ecuaciones en la resolución de los dos casos fundamentales

$$1) \text{ Tratamiento homeotrópico en las paredes } \left\{ r=R \begin{cases} \gamma = 0 \\ \theta = \pi/2 \end{cases} \right\}$$

2) Tratamiento planar principal $\left\{ \begin{array}{l} r=R \\ \gamma = 0 \\ \theta = 0 \end{array} \right\}$

3.2.1. ALINEAMIENTO EN ESTRUCTURAS CILINDRICAS CON TRATAMIENTO HOMEOTROPICO

En este caso el tratamiento químico descrito en el capítulo experimental, en las paredes de la estructura cilíndrica (capilar) logra que las moléculas del cristal líquido se alineen perpendicularmente a las paredes, creando la condición de contorno.

A continuación se van a resolver las ecuaciones anteriores para los tres tipos de campos aplicados: a) $H=0$, b) $H=H_z$ y c) $H=H_x$.

a) $H=0$

Se aplican las ecuaciones dadas en (3.2-16)

$$\Delta\gamma = 0 \quad (3.2-17a)$$

$$\Delta\theta = \sin \theta \cos \theta (\text{grad}(\gamma+\phi))^2 \quad (3.2-17b)$$

La ecuación (3.2-17a) es del tipo de Laplace que por ser $\gamma=0$ en todo el contorno ($r=R$) obliga a que $\gamma=0$ en todo el recinto circular

$$\gamma = 0 \quad \forall r \quad (0 \leq r \leq R) \quad (3.2-18)$$

Llevado este resultado a la ecuación (3.2-17b) se obtiene, teniendo en cuenta la simetría acimutal ($\frac{\partial}{\partial\phi} = 0$), la ecuación diferencial

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} = \frac{1}{r^2} \sin \theta \cos \theta \quad (3.2-19)$$

Esta ecuación ha sido resuelta (referencia 108) bajo las condiciones de contorno ya conocidas ($\theta = \pi/2$, $r=R$).

El resultado obtenido ha sido:

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \left(\frac{r}{R} \right)^{+1} \quad (3.2-20)$$

que coincide con el dado en las Refs. 28 y 436.

b) H=Hz

En este caso hay que aplicar las ecuaciones generales (3.2-12) y (3.2-15). Al tener la misma ecuación para γ ($\Delta\gamma=0$) que en el caso a) y la misma condición de contorno ($\gamma=0$), se llega a

$$\gamma = 0 \quad \forall r \quad (0 \leq r \leq R)$$

Llevando este resultado a la ecuación (3.2-12) y teniendo en cuenta que el sistema posee simetría acimutal ($\frac{\partial}{\partial\phi} = 0$), se llega a la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} = \operatorname{sen} \theta \cos \theta \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\chi_a H^2}{K} \right) \quad (3.2-21)$$

Con objeto de simplificar las notaciones y aportar un significado físico, se puede introducir el concepto de "longitud de coherencia magnética" (ξ_H) ideado por De Gennes en la referencia (48).

La expresión de esta longitud de coherencia es:

$$\xi_H(H) = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{K}{\chi_a}} \quad (3.2-22)$$

Se puede interpretar como la anchura de la zona de transición impuesta por el campo magnético aplicado, cerca de las paredes.

Por lo tanto la ecuación diferencial (3.2-21) queda:

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} = \operatorname{sen} \theta \cos \theta \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{\xi_H^2} \right) \quad (3.2-23)$$

Al no encontrarse una solución exacta para esta ecuación diferencial, se ha optado por su resolución en zonas. Las zonas significativas elegidas han sido la cercana al centro (b-1) y la cercana a las paredes (b-2).

b-1) Cerca del centro, los ángulos θ considerados son pequeños y por lo tanto podemos aproximar $\sin \theta \cos \theta$ por el primer término de su desarrollo en serie

$$\sin \theta \cos \theta \approx \theta - \frac{2}{3} \theta^3 + \dots$$

Se llega a la ecuación diferencial

$$\frac{d^2 \theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} + \theta \left(-\frac{1}{\xi_H^2} - \frac{1}{r^2} \right) = 0 \quad (3.2-24)$$

Esta ecuación diferencial es del tipo de Bessel modificada o hiperbólica y admite como solución:

$$\theta = C_1 I_1 \left(\frac{r}{\xi} \right) + C_2 \bar{K}_1 \left(\frac{r}{\xi} \right) \quad (3.2-25)$$

siendo I_1 y \bar{K}_1 las funciones de Bessel modificadas de primera y segunda especie de orden uno. Por condiciones de contorno ($\theta=0$ para $r=0$ y $\theta=\pi/2$ para $r=R$), $C_2=0$. Por otra parte para $H=0$ se sabe que la solución viene dada por la ecuación (3.2-20).

$$\theta = 2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{r}{R} \approx 2 \frac{r}{R} - \frac{2}{3} \left(\frac{r}{R} \right)^3 + \dots$$

y para argumentos pequeños de la función modificada de primera especie se puede aproximar por:

$$I_1 \left(\frac{r}{\xi_H} \right) \approx \frac{r}{2\xi_H}$$

Para que la derivada de θ cerca del centro de la estructura cumpla las condiciones de contorno $C_1 = \frac{2}{I_1(R/\xi_H)}$, y por lo tanto:

$$\theta = 2 \frac{I_1(r/\xi_H)}{I_1(R/\xi_H)} \quad (3.2-26)$$

b-2) Cerca de las paredes se usará la aproximación $r/\xi_H \approx R/\xi_H$. Para la resolución de la ecuación (3.2-23) junto con esta aproximación, se multiplican todos los miembros de la ecuación por $2r^2 \frac{d\theta}{dr}$ e integrando se obtiene

$$\left(r \frac{d\theta}{dr}\right)^2 = \left(1 + \frac{R^2}{\xi_H^2}\right) \sin^2 \theta + c \quad (3.2-27)$$

Según la fórmula (3.2-20) se sabe que para $H=0$ y $r=R$, $\frac{d\theta}{dr} = \frac{1}{R}$, por lo tanto para $\theta(r=R) = \pi/2$ (condición de contorno de pared) $C=0$, quedando

$$r \frac{d\theta}{dr} = \pm \sqrt{1 + R^2/\xi_H^2} \sin \theta \quad (3.2-28)$$

Integrando esta nueva ecuación diferencial con las mismas condiciones de contorno se llega a:

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \pm \left(\frac{r}{R}\right) \sqrt{1 + R^2/\xi_H^2} \quad (3.2-29)$$

Para $H=0$, se vuelve a obtener la ecuación (3.2-20) y para $H \gg \frac{\sqrt{K/X_a}}{R}$ ($R \gg \xi_H$)

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \pm \left(\frac{r}{R}\right)^{R/\xi_H} \quad (3.2-30)$$

Una vez dibujadas estas soluciones para cada tramo y para varios valores de H se comprobó que la curva dada por

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \frac{I_1(r/\xi_H)}{I_1(R/\xi_H)} \quad (3.2-31)$$

se ajustaba a las funciones obtenidas anteriormente en sus zonas respectivas. En la fig. (3.2.4) se muestra esta curva para varios valores de R/ξ_H (parámetro adimensional). Se tomará la fórmula (3.2-31) como representativa del alineamiento de las moléculas de cristal líquido, impuesto por un campo magnético axial.

c) $H=H_x$

En primer lugar se debería resolver la ecuación (3.2-15) para este caso particular

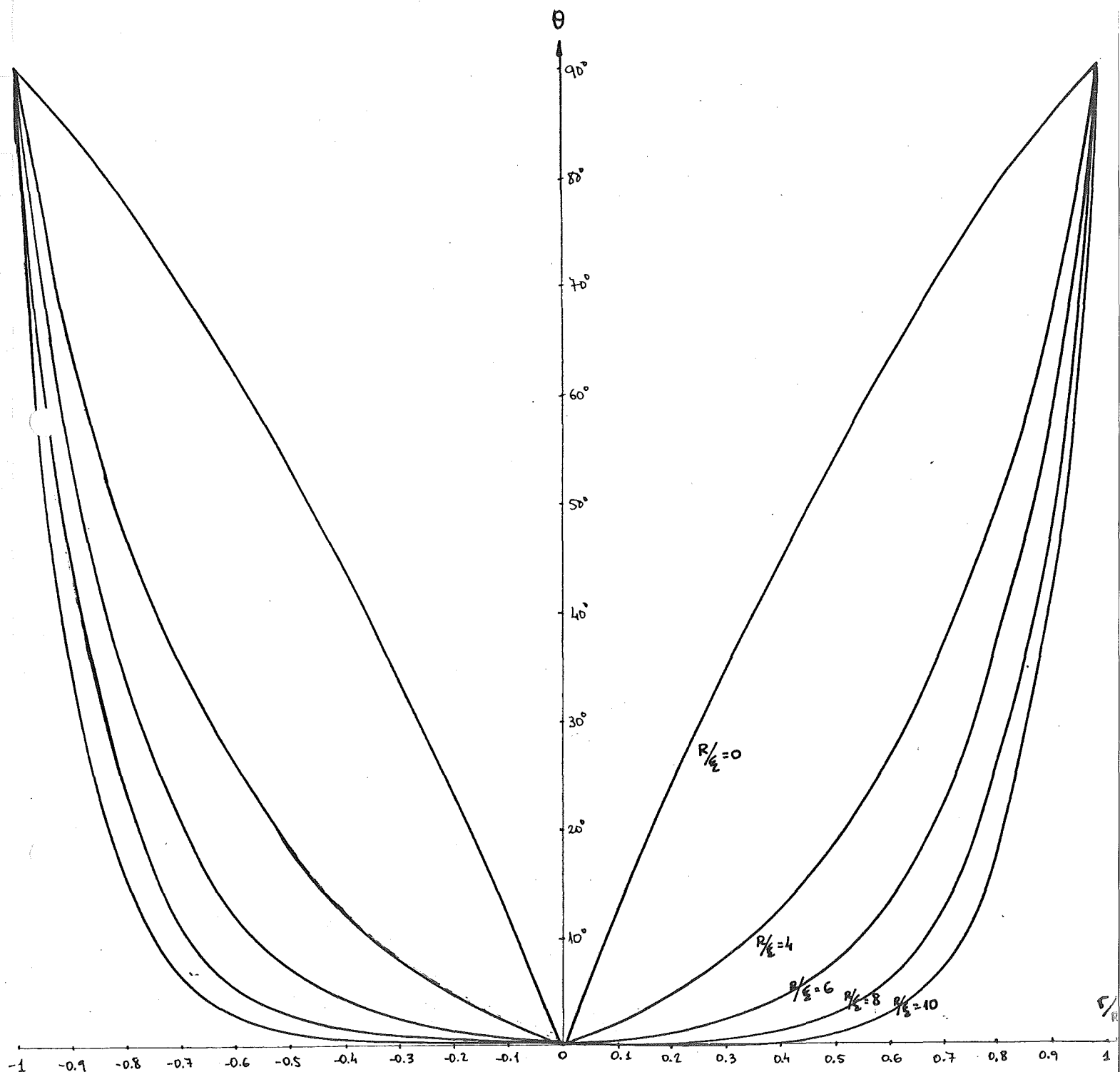


FIG. 3.2.4

$$\Delta\gamma = \frac{\chi_a H^2}{2K} \sin 2(\gamma+\phi) = \frac{\sin 2(\gamma+\phi)}{2\xi_H^2}$$

Ante la complejidad de esta ecuación diferencial en derivadas parciales, se pasó a considerar la solución sólo en las proximidades del eje x (eje en el que se aplica el campo magnético) donde los valores de $\gamma+\phi$ son muy pequeños pudiendo aproximarse

$$\frac{1}{2} \sin 2(\gamma+\phi) \approx (\gamma+\phi) - \frac{2}{3} (\gamma+\phi)^3 + \dots$$

Por otra parte al ser $\Delta\phi = 0$, se llega a la ecuación simplificada

$$\Delta(\gamma+\phi) = \frac{\gamma+\phi}{\xi_H^2} \quad (3.2-32)$$

que resulta por el método de separación de variables (r y ϕ) (con la condición de contorno $\gamma=0$ ($r=R$)) proporciona la solución aproximada buscada para γ , que es de la forma:

$$\gamma = \left[\frac{I_0(r/\xi_H)}{I_0(R/\xi_H)} - 1 \right] \quad (3.2-33)$$

siendo I_0 la función de Bessel modificada de primera especie y de orden cero.

Llevando este resultado a la ecuación (3.2-12) para $\phi = 0$

$$\Delta\theta = \sin \theta \cos \theta \left[\frac{1}{r^2} \left(\frac{I_0(r/\xi_H)}{I_0(R/\xi_H)} \right)^2 - \frac{1}{\xi_H^2} \right] \quad (3.2-34)$$

Al estar centrado el problema en el alineamiento provocado por campos aplicados, se considera que estos son lo suficientemente intensos como para que la ecuación anterior quede reducida (sin pérdida de generalidad, excepto para puntos cercanos a $r=R$, ya que el factor que multiplica a $1/r^2$ es despreciable) a

$$\Delta\theta = \sin \theta \cos \theta \left[- \frac{1}{\xi_H^2} \right] \quad (3.2-35)$$

Al ser $\theta \approx \pi/2$ en la mayor parte de la estructura (se han supuesto campos aplicados intensos), se procede al cambio de variable $\theta = \pi/2 - \theta'$, que junto con la aproximación

$$\sin \theta' \cos \theta' \approx \theta' - \frac{2}{3} \theta'^3 + \dots$$

permite llegar a la ecuación diferencial

$$\frac{d^2\theta'}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta'}{dr} + \theta' \left(-\frac{1}{\xi_H^2} \right) = 0 \quad (3.2-36)$$

(para campos aplicados intensos, $\frac{\partial^2\theta}{\partial\phi^2} \approx 0$).

Teniendo en cuenta que para $r=R$ es aproximadamente $\theta'=0$,

$$\theta' \approx K_0(r/\xi_H) \approx \sqrt{\frac{\pi\xi_H}{2r}} e^{-r/\xi_H} \quad (3.2-37)$$

Siendo K_0 la función de Bessel modificada de segunda especie y orden cero.

Esta expresión se asemeja en lo fundamental a la obtenida cuando se aplica un campo magnético reorientado a una condición de contorno, tal como se muestra en la fig. (3.2.4,5), que es:

$$\operatorname{tg} \theta'/2 = e^{-x/\xi_H} \quad (3.2-37a)$$

De aquí se obtiene la conclusión de que el eje y de la estructura cilíndrica se comporta como una condición efectiva de contorno aun que no exista una pared como tal.

La expresión (3.2-37) no tiene sentido físico para las proximidades de $r=0$ (debido al hecho de tomar la aproximación $\theta' = \frac{\pi}{2} - \theta \approx \sin \theta' \cos \theta'$), por lo tanto se toma la expresión (3.2-37a) como mejor aproximación

$$\operatorname{tg} \theta'/2 \approx e^{-r/\xi_H} \quad (3.2-37b)$$

al ser

$$\theta'/2 = \pi/4 - \theta/2$$

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \frac{1 - e^{-r/\xi_H}}{1 + e^{-r/\xi_H}} \quad (3.2-37c)$$

con objeto de normalizar se debería tomar

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \left(\frac{1 - \exp(-r/\xi_H)}{1 + \exp(-r/\xi_H)} \right) / \left(\frac{1 - \exp(-R/\xi_H)}{1 + \exp(-R/\xi_H)} \right) \quad (3.2-37d)$$

pero al ser $e^{-R/\xi_H} \approx 0$ (campos aplicados intensos), la expresión válida tomada será la (3.2-37c), que expresada en función de R/ξ_H

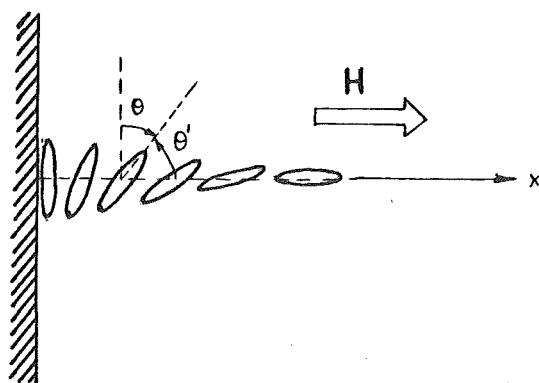


FIG. 3.2.4

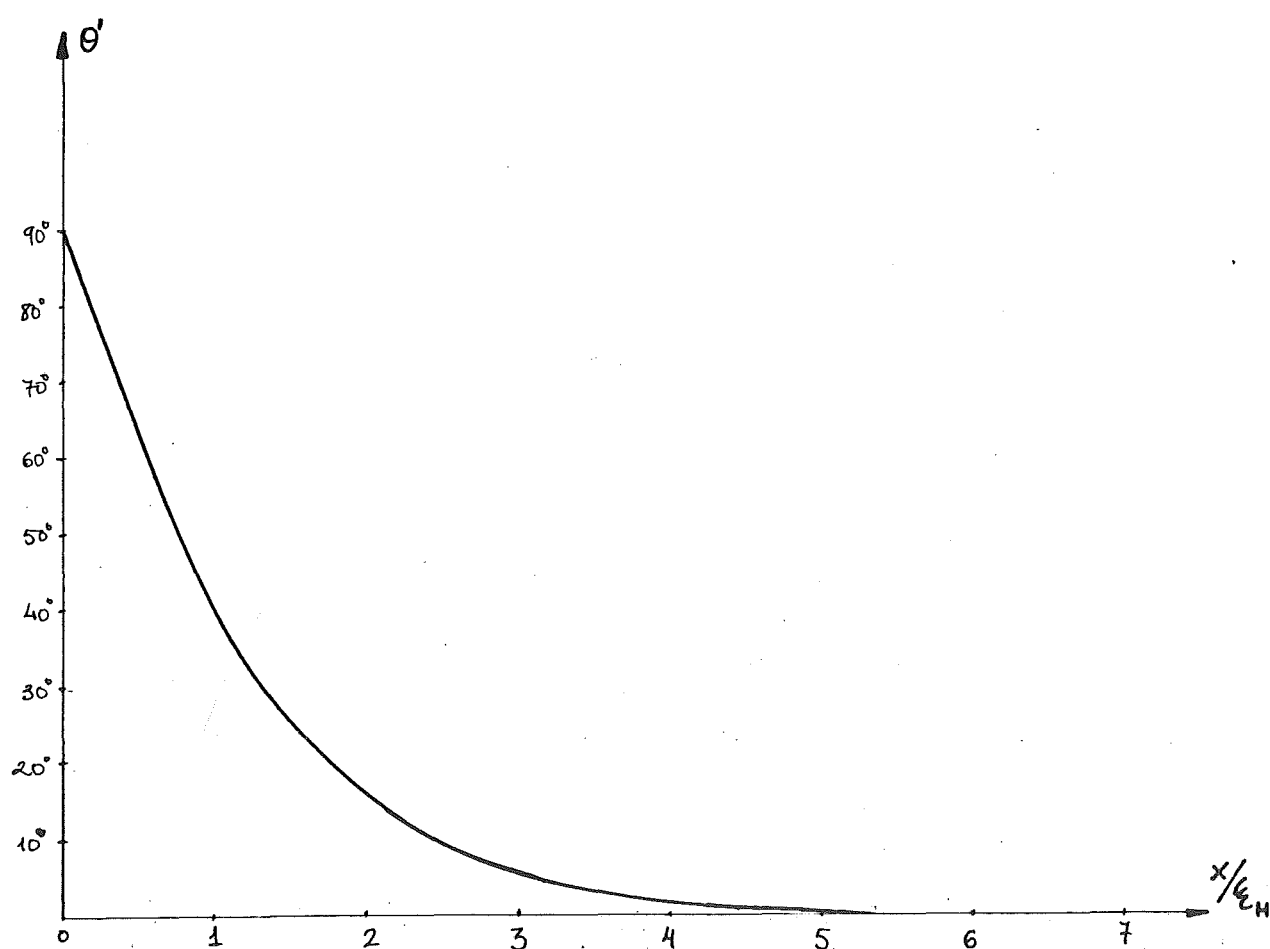


FIG. 3.2.5

3.2.6

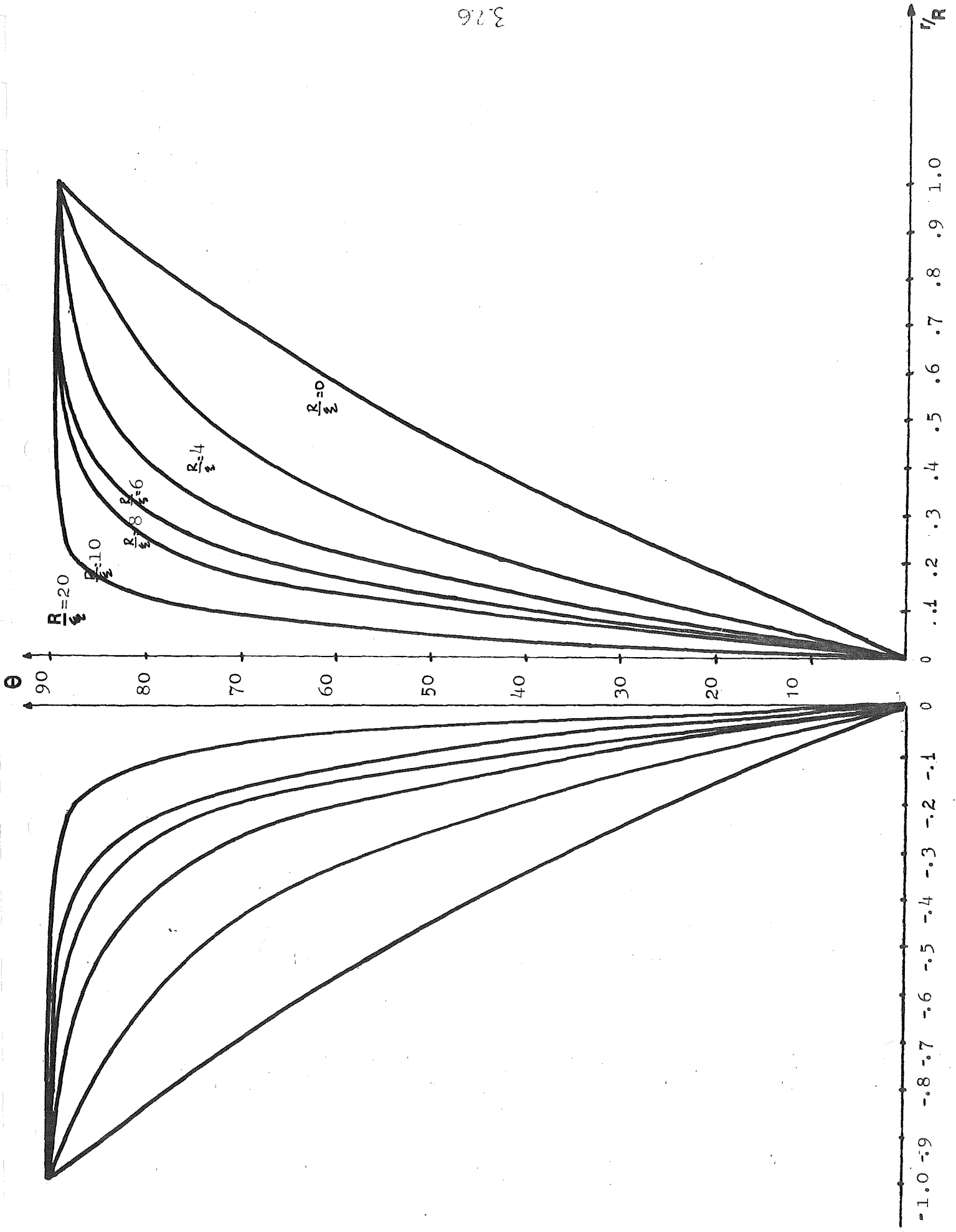


FIG. 3.2.6

queda:

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \frac{1 - e^{-R/\xi_h(r/R)}}{1 + e^{-R/\xi_h(r/R)}} \quad (3.2-37e)$$

Esta solución tiene sentido físico para valores altos de (R/ξ) (H intenso).

Esta solución se muestra gráficamente en la fig. (3.2.6) para valores de (R/ξ_h) tomado como parámetro.

3.2.2. ALINEAMIENTO EN ESTRUCTURAS CILINDRICAS CON TRATAMIENTO PLANAR PRINCIPAL

En este caso el alineamiento de las moléculas paralelamente a las paredes y al eje de la estructura, se logra por rozamiento de fibra de vidrio (en forma filar) a lo largo del capilar y siempre en el sentido del eje de este. Se logra la condición de contorno:

$$r = R \begin{cases} \theta = 0 \\ \gamma = 0 \end{cases} \quad (3.2-38)$$

A continuación se van a resolver las ecuaciones (3.2-12) y (3.2-15) para los tres tipos de campos aplicados a) $H=0$, b) $H=H_z$, c) $H=H_x$.

a) $H = 0$

Se aplican las ecuaciones para $H = 0$ dadas en (3.2-16)

$$\Delta\gamma = 0 \quad (3.2-39a)$$

$$\Delta\theta = \operatorname{sen} \theta \cos \theta (\operatorname{grad}(\gamma+\phi))^2 \quad (3.2-39b)$$

La ecuación (3.2-39a) es del tipo de Laplace que por ser $\gamma = 0$ en todo el contorno ($r=R$) obliga a que $\gamma = 0$ en todo el recinto circular

$$\gamma = 0 \quad \forall r \quad (0 \leq r \leq R) \quad (3.2-40)$$

Este resultado llevado a la ecuación (3.2-39b) y teniendo en cuenta las simetrías acimutal ($\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$), y radial ($\frac{\partial}{\partial r} = 0$) se llega a

$$\sin \theta \cos \theta = 0$$

Al ser $\theta = 0$ en el contorno

$$\theta = 0 \quad \forall r \quad (0 \leq r \leq R) \quad (3.2-41)$$

b) $H = H_z$

Este caso es conceptualmente idéntico al de $H=0$, siendo iguales por lo tanto sus soluciones

$$\gamma = 0 \quad y \quad \theta = 0 \quad \forall r \quad (0 \leq r \leq R) \quad (3.2-42)$$

El efecto logrado es la estabilización de las fluctuaciones térmicas de los directores.

c) $H = H_x$

En primer lugar, al tener en cuenta que la ecuación (3.2-15) con la aproximación de primer orden ($\gamma + \phi \approx \sin(\gamma + \phi)$) queda de la forma:

$$\Delta(\gamma + \phi) = \frac{\gamma + \phi}{\xi_H^2} \quad (3.2-43)$$

Se resuelve por el método de separación de variables (r y ϕ) y teniendo en cuenta que $\gamma + \phi = 0$ para $\phi = 0$ y $\phi = \frac{\pi}{2}$, se llega a una solución aproximada para la ecuación anterior

$$\gamma = \sin \phi \frac{I_2(r/\xi_H)}{I_2(R/\xi_H)} - \phi \quad (3.2-43a)$$

Siendo I_2 la función de Bessel modificada de primera especie y segundo orden.

Llevado este resultado a la ecuación (3.2-12) y bajo aproximaciones de primer orden se logra llegar a la ecuación

$$\frac{d^2 \theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} + \sin \theta \cos \theta \left(\frac{1}{\xi_H^2} \right) = 0 \quad (3.2-44)$$

Esta ecuación indica la existencia de un campo umbral para lograr el alineamiento del cristal líquido.

Para valores de campo próximos al umbral, las variaciones del ángulo θ serán pequeñas y por tanto aproximables por $\sin \theta \cos \theta \approx \theta$

$$\frac{d^2 \theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} + \theta \left(\frac{1}{\xi_H^2} \right) = 0 \quad (3.2-45)$$

La solución viene dada por

$$\theta \approx A J_0 (r/\xi_H) \quad (3.2-46)$$

donde A es una constante y J_0 es la función de Bessel de primera clase y orden cero.

Esta fórmula implica la existencia de un campo umbral (H_u) similar al de Freedericksz.

En las paredes $\theta = 0$

$$\theta = A J_0 (R/\xi_H(H_u)) \quad (3.2-47)$$

Por lo tanto

$$\frac{R}{\xi_H(H_u)} \approx 2.4 \quad (1^{\text{er}} \text{ cero de la función } J_0)$$

De aquí se conoce el valor del campo umbral

$$H_u \approx \frac{2.4}{R} \sqrt{\frac{K}{\chi_a}} \quad (3.2-48)$$

Para pequeñas variaciones de θ , por lo tanto

$$\theta \approx A J_0 \left(\frac{2.4}{R} r \right) \quad (3.2-49)$$

Es interesante comprobar este resultado con el equivalente en guía plana y $d=2R$, cuyo campo umbral viene dado por:

$$(H_u)_p = \frac{1.57}{R} \sqrt{\frac{K}{\chi_a}} \quad (3.2-50)$$

Y la variación angular

$$(\theta)_p = A \cos \left(\frac{1.57 x}{R} \right) \quad (3.2-51)$$

Comparando las expresiones (3.2-48) y (3.2-50) se llega a la conclusión de que el campo umbral en el capilar es mayor que en la guía plana para iguales distancias entre paredes. Este resultado teórico ha sido corroborado en el Laboratorio para varias muestras.

En este trabajo se ha dado a conocer por primer vez la existencia de un campo umbral en un capilar, y asimismo se ha calculado su valor teórico dentro de aproximaciones de primer orden.

Por otra parte cabía esperar que fuera mayor, el campo umbral en el capilar que en la guía plana, por los efectos (opuestos al campo) de las paredes adyacentes.

En este trabajo interesa conocer el alineamiento para campos magnéticos aplicados intensos, entonces las moléculas presentarán un ángulo cercano a $\pi/2$ (excepto en las paredes).

Mediante el cambio $\theta' = \pi/2 - \theta$ se llega a la siguiente ecuación:

$$\frac{d^2\theta'}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta'}{dr} + \theta' \left[-\frac{1}{\xi_H^2} \right] = 0 \quad (3.2-52)$$

donde se ha supuesto $\sin \theta' \cos \theta' \approx \theta'$.

Teniendo en cuenta que para $r=R$ $\theta' = \pi/2$, la solución obtenida es:

$$\theta \approx \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{I_0(r/\xi_H)}{I_0(R/\xi_H)} \right) \quad (3.2-53)$$

Esta solución sólo tiene sentido para valores grandes de R/ξ_H .

Esta expresión se muestra gráficamente en la fig. (3.2.7).

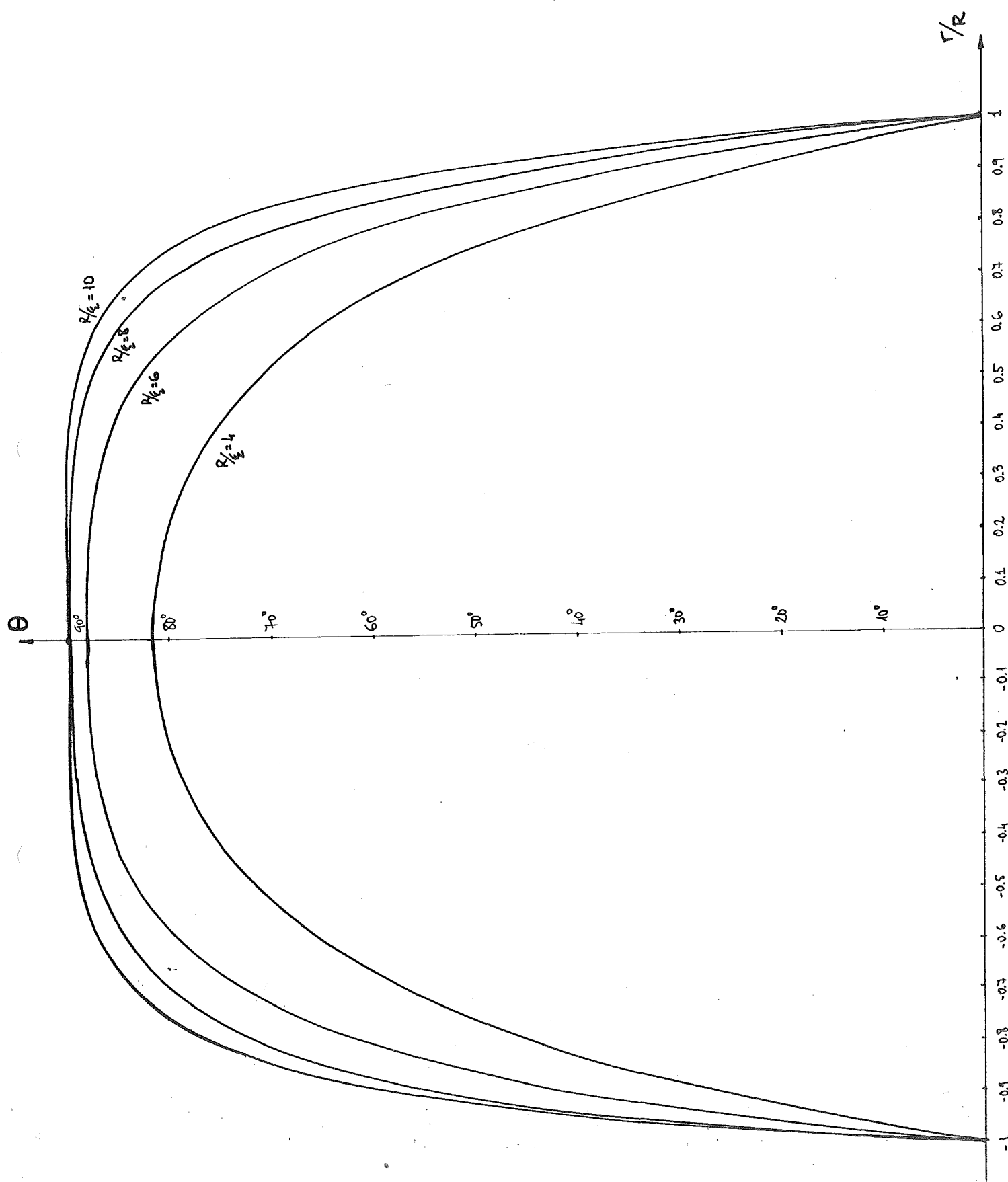


FIG. 3.2.7

3.3. ALINEAMIENTO DEL CRISTAL LIQUIDO SOMETIDO A CAMPOS APLICADOS EN ESTRUCTURAS EN CUÑA

La siguiente estructura estudiada en este trabajo es la que presenta forma de cuña. Es la primera vez que se realiza, dentro de nuestros datos, este estudio. A diferencia de las estructuras cilíndricas, donde solo tenía sentido la aplicación de campos magnéticos, en las estructuras en cuña también se estudia la influencia de campos eléctricos.

Estos campos eléctricos se logran al aplicar una tensión a los electrodos transparentes despositados en las paredes de los vidrios que soportan la estructura. La deposición de estos electrodos se comenta en el capítulo introductorio, de este trabajo, así como la construcción de las cuñas.

La configuración geométrica adoptada, similar a la de las estructuras cilíndricas, se muestra en la fig. (3.3.1).

En el caso de aplicación de campos eléctricos la densidad de energía libre queda modificada (ref. 143) en la forma

$$F = \frac{1}{2} K_1 (\text{div } \hat{n})^2 + \frac{1}{2} K_2 (\hat{n} \cdot \text{rot } \hat{n})^2 + \frac{1}{2} K_3 (\hat{n} \wedge \text{rot } \hat{n})^2 - \frac{1}{2} \epsilon_a (\hat{n} \cdot \vec{E})^2 \quad (3.3.1)$$

siendo

E = intensidad de campo eléctrico aplicado al cristal líquido

ϵ_a = anisotropía dieléctrica (ya definida en el capítulo introductorio).

Las otras notaciones que aparecen en (3.3.1) se han dado a conocer en el apartado 3.2. Por otra parte, en este mismo apartado 3.2 ya se ha explicado la razón por la que se toma la aproximación de suponer iguales las tres constantes elásticas, con ello queda (3.3.1) en la forma

$$F = \frac{1}{2} K [(\text{div } \hat{n})^2 + (\text{rot } \hat{n})^2] - \frac{1}{2} \epsilon_a (\hat{n} \cdot \vec{E})^2 \quad (3.3.2)$$

Al aplicar una tensión eléctrica a los electrodos de la cuña se generará un campo $\vec{E} || \hat{\phi}$ (de acuerdo con la figura 3.3.1), pero como en este trabajo solo se analizarán cuñas cuyo ángulo (α) es muy pequeño, se podrá suponer sin pérdida de generalidad que $\vec{E} || \hat{x}$.

Por lo tanto las soluciones de equilibrio obtenidas en el apartado 3.2, pueden ser aquí utilizadas con la sola sustitución de χ_a por ϵ_a y de H por E , quedando de la forma:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\theta &= \text{sen } \theta \cos \theta \left[(\text{grad}(\gamma+\phi))^2 - \frac{\epsilon_a E^2}{K} \cos^2(\gamma+\phi) \right] \\ \Delta\gamma &= \frac{\epsilon_a E^2}{2K} \text{sen } 2(\gamma+\phi) \end{aligned} \right\} \text{para } E=E_x \quad (3.3.3)$$

Las expresiones similares para $E=E_z$ no tienen sentido en este caso, debido a que, de acuerdo con la fig. 3.3.1, nunca se podrá aplicar un E_z con esta estructura.

Por otra parte solo se considerará aplicado el campo magnético según el eje x , y por ello las soluciones de equilibrio vendrán dadas en la forma:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\theta &= \text{sen } \theta \cos \theta \left[(\text{grad}(\gamma+\phi))^2 - \frac{\chi_a H^2}{K} \cos^2(\gamma+\phi) \right] \\ \Delta\gamma &= \frac{\chi_a H^2}{2K} \text{sen } 2(\gamma+\phi) \end{aligned} \right\} \text{para } H=H_x \quad (3.3.4)$$

Se pasará a continuación a estudiar las diferentes configuraciones de la estructura en cuña. Se considerarán orientaciones moleculares sin campos aplicados y con campos aplicados intensos suficientes para lograr un realineamiento casi total. En el caso del campo eléctrico se hará distinción dependiendo del tipo de anisotropía dieléctrica que presenta el cristal líquido.

3.3.1. ESTRUCTURA HOMOGENEA PARALELA EN CUÑA

Las condiciones de contorno de esta configuración vienen da
das, de acuerdo con la figura (3.3.1.1), por

$$\begin{cases} \theta = 0 & \text{para } \phi = \frac{\pi - \alpha}{2} \text{ y } \forall r \\ \theta = 0 & \text{" } \phi = \frac{\pi + \alpha}{2} \text{ y } \forall r \end{cases} \quad (3.3.1.1)$$

No tiene sentido definir el ángulo γ .

En el caso de no existir ningún campo aplicado las expresione
nes (3.3.3) y (3.3.4) quedan reducidas a:

$$\Delta\theta = \sin \theta \cos \theta [\text{grad } (\gamma + \phi)]^2 \quad (3.3.1.2)$$

$$\Delta\gamma = 0$$

en este caso, al existir simetría radial y acimutal, la expresión
(3.3.1.2) queda reducida a la ecuación:

$$\sin \theta \cos \theta = 0 \quad (3.3.1.3)$$

que junto con las condiciones de contorno (3.3.1.1) da como soluci
ción

$$\theta = 0, \quad \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}, \quad \forall r \quad (3.3.1.4)$$

En el caso de aplicar un campo magnético intenso (muy superior al
umbral de Freederickz para $r=R$) H_x y aplicando las expresiones
(3.3.4) se obtiene de la segunda de ellas la solución

$$\gamma \approx -\phi \quad (3.3.1.5)$$

Llevando este resultado a la primera de las expresiones (3.3.4)
se llega a

$$\Delta\theta = - \frac{\sin \theta \cos \theta}{\xi_H^2} \quad (3.3.1.6)$$

donde ξ_H (longitud de coherencia magnética) ya se ha introducido
do en el apartado (3.2.1). Tomando una zona de $r = \text{cte} = r_1$,

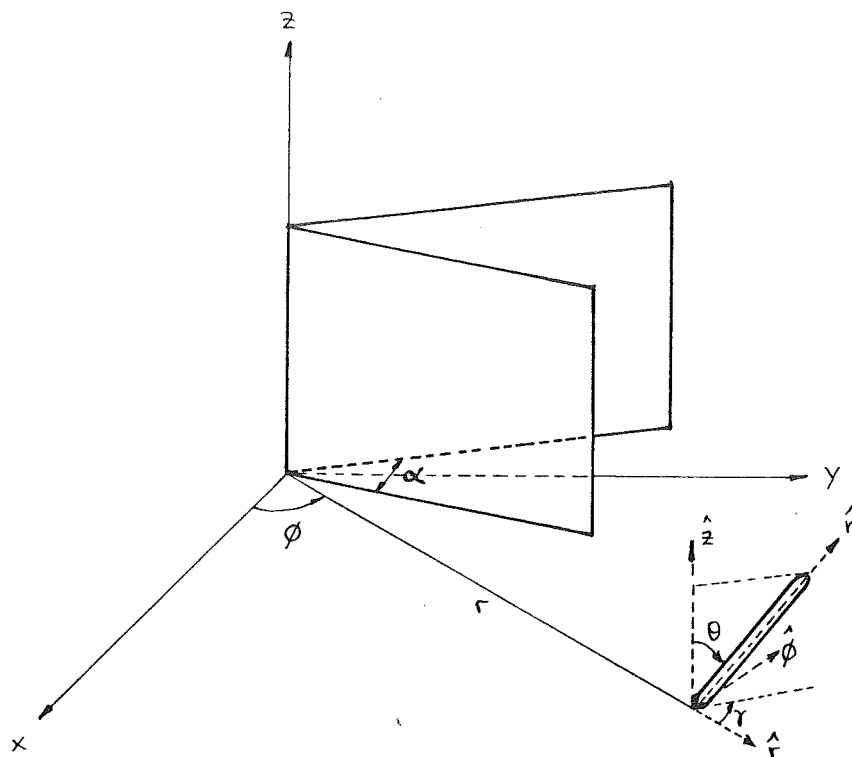


Fig. 3.3.1

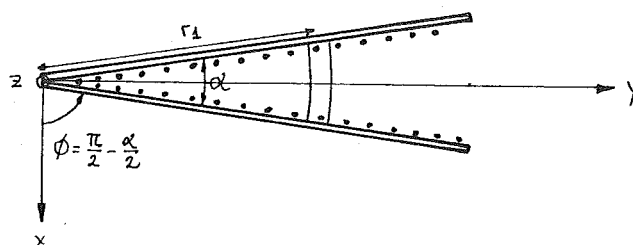


Fig 3.3.1.1

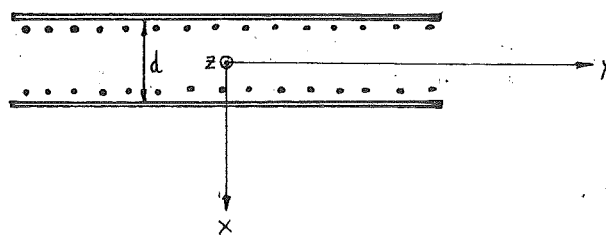


Fig 3.3.12

donde la distancia entre electrodos es aproximadamente $x_1 = r_1 \alpha$, la ecuación (3.3.16) queda en la forma:

$$\frac{d^2 \theta}{r_1^2 d\phi^2} = - \frac{\sin \theta \cos \theta}{\xi_H^2} \quad (3.3.1.7)$$

Esta ecuación es similar a las encontradas en estructuras planas, debido a que la aproximación hecha anteriormente considera cada zona de cuña, alrededor de $r=r_1$, como una porción de estructura plana con d (distancia entre paredes) $= \alpha r_1$. Como ya es conocido (Ref. 143) esta ecuación (para campos intensos) proporciona la solución de $\theta = \pi/2$ excepto en las proximidades de las paredes donde, en una distancia de $2\xi_H$ aproximadamente, ocurre la transición de $\theta=0$ (condición de pared) a $\theta = \pi/2$.

En el caso de poseer anisotropía dieléctrica positiva y aplicar una tensión a la estructura, los resultados son idénticos a los del campo magnético con el solo cambio de ξ_H por ξ_E , donde ξ_E es la longitud de coherencia eléctrica (con el mismo sentido físico de ξ_H , ya explicado en el apartado 3.2) que se expresa:

$$\xi_E = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{K}{\epsilon_a}} \quad (3.3.1.8)$$

La diferencia fundamental con el caso anterior es que el voltaje umbral de Freederickcz no depende de la distancia entre paredes, y por lo tanto el comienzo del realineamiento molecular se produce simultáneamente en toda la estructura en cuña.

En el caso del campo magnético, el campo magnético umbral depende inversamente de la distancia y por lo tanto las zonas cercanas al vértice serán las últimas en lograr realinearse.

Para el caso de cristales líquidos nemáticos con anisotropía dieléctrica negativa, los más comunes, no son válidas las soluciones anteriores.

De acuerdo con la teoría del continuo elástico, no se logra

ría realineamiento al aplicar un campo eléctrico E_x , pero la experiencia demuestra que se produce una distorsión de la orientación molecular que da lugar a la formación de dominios. Este efecto se puede predecir basándose en la teoría electrodinámica, ya comentada en el capítulo introductorio. Según el modelo de Drumhead (ref. 120) aplicado a una estructura plana (Fig. 3.3.1.2), se cumple que

$$\theta \approx \theta_0 \cos \frac{\pi x}{d} \cos q z \quad (3.3.1.9)$$

siendo

θ_0 = ángulo máximo de distorsión = f (voltaje aplicado)

d = distancia entre paredes

$$q = \frac{2\pi}{p}$$

p = periodo espacial en $z \approx 2d$.

Suponiendo que la cuña se puede considerar localmente como estructura plana con $d = \alpha r_1$, la expresión (3.3.1.9) queda de la forma:

$$\theta \approx \theta_0 \cos \frac{\pi(\phi - \pi/2)}{\alpha} \cos \frac{\pi z}{\alpha r_1} \quad (3.3.1.10)$$

Para campos intensos θ_0 MAXIMO = 45° , siempre de acuerdo con el modelo de Drumhead, ya expuesto en el capítulo I.

Este ángulo θ_0 depende de muchos factores (impurezas, temperatura, frecuencia, etc.) y todavía no ha podido dar una expresión fiable que lo caracterice.

Esta orientación es válida para el régimen de conducción, donde se producen los dominios de Williams, es decir hasta la frecuencia de corte (f_c) que divide las dos regiones electrodinámicas (conducción y dieléctrico); pero para distancias entre electrodos superiores a $10 \mu m$ aproximadamente.

Como puede comprobarse por (3.3.1.9) la variación del voltaje sólo influye en θ_0 para distancias entre electrodos mayores

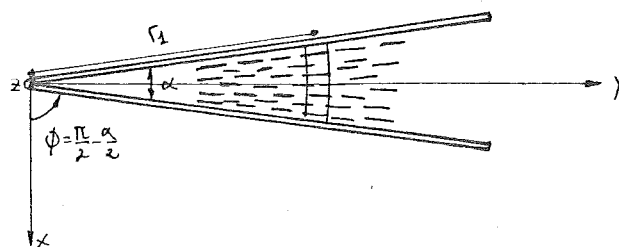


Fig. 3.3.2.1

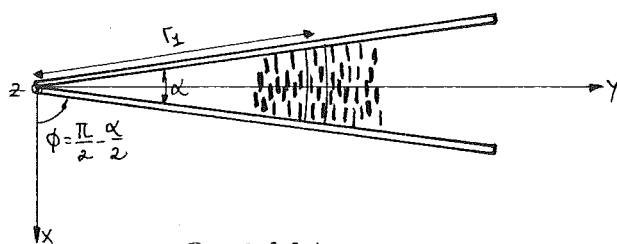


Fig. 3.3.3.1

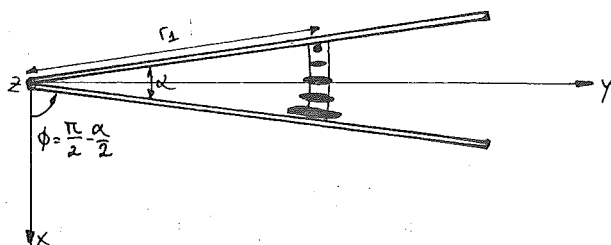


Fig 3.3.4.1

de 10 μm ; ahora bien, para distancias menores (es decir mas cerca del vértice de la cuña) se da el efecto denominado "red de difracción variable", donde q ya no es aproximadamente igual a π/d , sino que aumenta proporcionalmente con el voltaje aplicado. De una forma matemática se expresa de la forma:

$$\theta \approx \theta_0 \cos \frac{\pi(\phi - \pi/2)}{\alpha} \cos q(v)z \quad (3.3.1.11)$$

En el caso de que la frecuencia del voltaje aplicado a la estructura sea superior a la frecuencia de corte y para voltajes mucho mayores (como se ha explicado en el capítulo I) se da el régimen dieléctrico con sus dominios característicos llamados "Chevrans". En este caso el ordenamiento molecular anterior se distorsiona como se ha indicado en el capítulo I. La característica más importante es que los periodos espaciales de variación de θ son mucho más pequeños que en el régimen de conducción, y disminuyen según aumenta el campo eléctrico aplicado.

3.3.2. ESTRUCTURA HOMOGENEA PERPENDICULAR EN CUÑA

Las condiciones de contorno de esta configuración vienen dadas, de acuerdo con la fig. (3.3.2.1) por:

$$\begin{cases} \theta = \pi/2 & \gamma = 0 & \text{para } \phi = \frac{\pi-\alpha}{2} & \text{y } \forall r \\ \theta = \pi/2 & \gamma = 0 & \text{para } \phi = \frac{\pi+\alpha}{2} & \text{y } \forall r \end{cases} \quad (3.3.2.1)$$

En el caso de no existir ningún campo aplicado, las expresiones (3.3.3) y (3.3.4) quedan reducidas a la expresión (3.3.1.2). Al darse simetría radial y acimutal, la solución de (3.3.1.2) viene dado por

$$\sin \theta \cos \theta = 0 \quad (3.3.2.2)$$

que junto con las condiciones de contorno (3.3.2.1) da como solución

$$\theta = \pi/2 \quad \text{para } \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \text{ y } \forall r \right) \quad (3.3.2.3)$$

Por otra parte, de $\Delta\gamma = 0$ y teniendo en cuenta que en todo el contorno, $\gamma = 0$, se obtiene que

$$\gamma = 0 \quad \text{para} \quad \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \text{ y } \forall r \right] \quad (3.3.2.4)$$

Para el caso de aplicación de campos intensos, tanto magnéticos como eléctricos (en materiales de anisotropía dieléctrica positiva) las soluciones obtenidas son iguales a las de la configuración homogénea paralela y no se considera necesario repetirlas.

En el caso de anisotropía dieléctrica negativa y suponiendo que la cuña se puede considerar localmente como estructura plana con $d = \alpha r_1$, se tendrá de acuerdo con el modelo de Drumhead que

$$\theta = 0$$

$$\gamma \approx \gamma_0 \cos \frac{\pi(\phi - \pi/2)}{\alpha} \cos q(v)r \quad (3.3.2.5)$$

donde γ_0 tiene el mismo sentido que θ_0 . Por otra parte $q(v)$ depende de αr_1 , para $\alpha r_1 > 10 \mu\text{m}$ vale π/d , y si

$r_1 < 10 \mu\text{m}$ $q(v)$ aumenta proporcionalmente con el voltaje aplicado.

Para frecuencias superiores a la frecuencia de corte el comportamiento es similar al explicado para el caso anterior.

3.3.3. ESTRUCTURA HOMEOTROPICA EN CUÑA

Las condiciones de contorno de esta configuración vienen dadas, de acuerdo con la figura (3.3.3.1), por:

$$\begin{cases} \theta = \pi/2 & \gamma = \pi/2 & \text{para } \phi = \frac{\pi-\alpha}{2} \text{ y } \forall r \\ \theta = \pi/2 & \gamma = \pi/2 & " \quad \phi = \frac{\pi+\alpha}{2} \text{ y } \forall r \end{cases} \quad (3.3.3.1)$$

En el caso de no existir ningún campo aplicado las expresiones (3.3.3) y (3.3.4) quedan reducidas a:

$$\Delta\theta = \sin \theta \cos \theta [\text{grad } (\gamma + \phi)]^2 \quad (3.3.3-2)$$

$$\Delta\gamma = 0$$

En este caso, al existir simetría radial y acimutal, la expresión (3.3.3-2) queda reducida a la ecuación:

$$\sin \theta \cos \theta = 0 \quad (3.3.3-3)$$

que junto con las condiciones de contorno (3.3.3-1) da como solución

$$\theta = \pi/2 \quad \text{para} \quad \pi/2 - \frac{\alpha}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \quad \text{y} \quad \forall r \quad (3.3.3-4)$$

Por otra parte de ser $\gamma = \pi/2$ en todo el contorno y cumplirse $\Delta\gamma = 0$, se deduce que

$$\gamma = \pi/2 \quad \text{para} \quad \pi/2 - \frac{\alpha}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} \quad \text{y} \quad \forall r \quad (3.3.3-5)$$

Se observa que esta solución es también la de equilibrio al aplicar campos magnéticos H_x o eléctricos para anisotropía dieléctrica positiva, ya que en este capítulo solo se consideran cúñas cuyo ángulo α es muy pequeño.

Para anisotropías dieléctricas negativas, la solución de equilibrio es

$$\theta = \pi/2 \quad \text{y} \quad \gamma = 0 \quad (3.3.3-6)$$

para el interior, siendo $2\xi_H$ aproximadamente la región, junto a las paredes donde ocurre la transición de $\gamma = \pi/2$ a $\gamma = 0$.

También pueden originarse inestabilidades hidrodinámicas similares al caso homogéneo perpendicular ya que esta es la solución de equilibrio inicial expresada en (3.3.3-6), siendo iguales sus expresiones.

3.3.4. ESTRUCTURA TORSIONADA EN CUÑA

Las condiciones de contorno de esta configuración vienen dadas, de acuerdo con la fig. (3.3.4.1), por

$$\begin{cases} \theta = \pi/2 & \gamma = 0 & \text{para } \phi = \frac{\pi-\alpha}{2} \text{ y } \forall r \\ \theta = 0 & \gamma = 0 & \text{para } \phi = \frac{\pi+\alpha}{2} \text{ y } \forall r \end{cases} \quad (3.3.4-1)$$

Cuando no se aplica ningún campo las ecuaciones de equilibrio son las ya conocidas (3.3.3-2). De $\Delta\gamma = 0$ y $\gamma = 0$ en el contorno se sigue que

$$\gamma = 0 \quad \text{para} \quad \frac{\pi-\alpha}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi+\alpha}{2} \quad \text{y } \forall r \quad (3.3.4-2)$$

Llevando este resultado a la segunda ecuación de (3.3.3-2) se obtiene, teniendo en cuenta la simetría radial

$$\frac{d^2\theta}{d\phi^2} = \sin \theta \cos \theta \quad (3.3.4-3)$$

Multiplicando los dos miembros por $2\frac{d\theta}{d\phi}$ e integrando se obtiene

$$\left(\frac{d\theta}{d\phi}\right)^2 = \sin^2 \theta + c \quad (3.3.4-4)$$

Por la condición de contorno $\theta = 0$ para $\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$ se conoce que:

$$c = \left(\frac{d\theta}{d\phi}\right)^2 \bigg|_{\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}} \quad (3.3.4-5)$$

Integrando (3.3.4-4), es decir

$$\int_0^{\theta(\phi)} \frac{d\theta'}{\sqrt{c + \sin^2 \theta'}} = \int_{\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}}^{\phi} d\phi' \quad (3.3.4-6)$$

se llega a

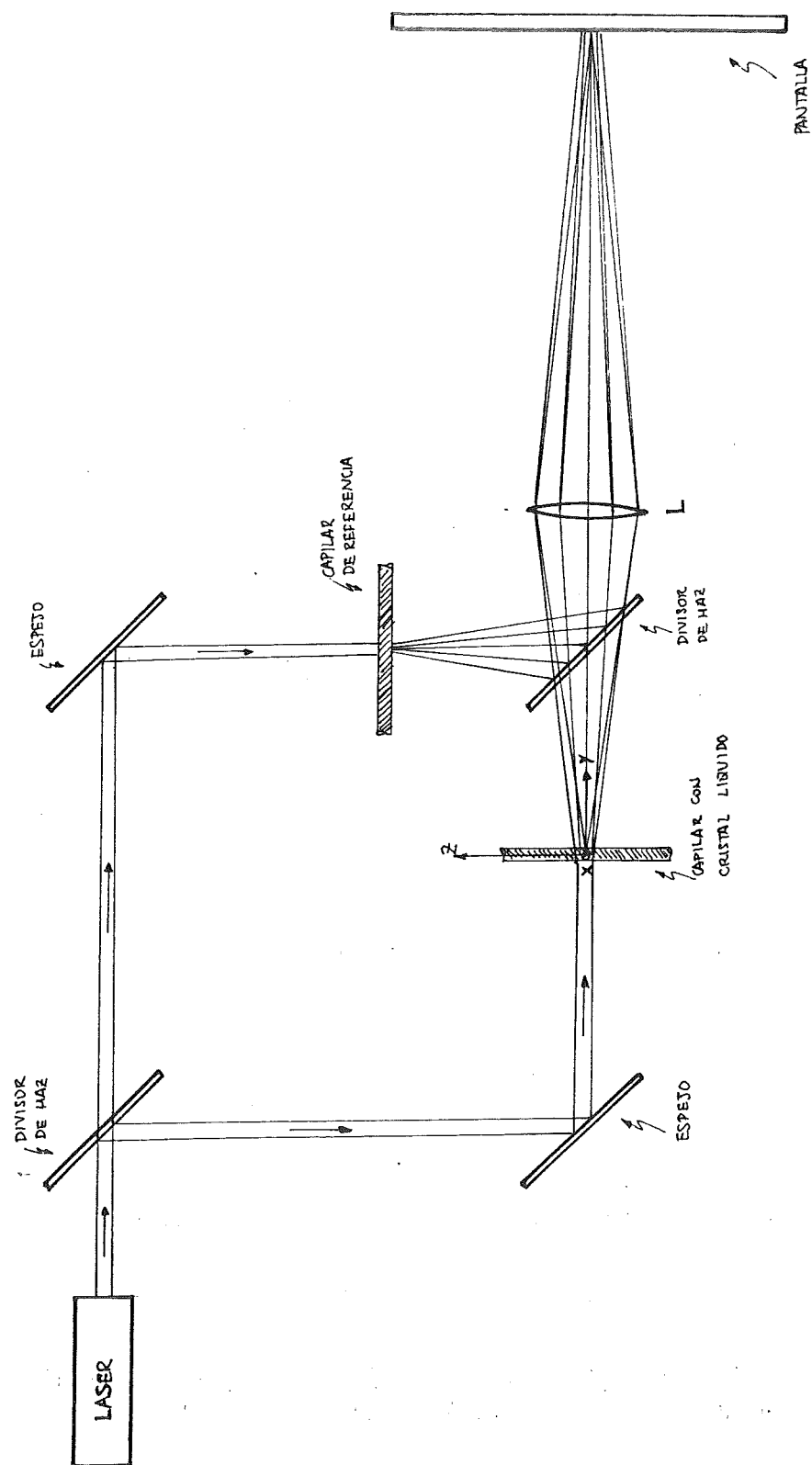


Fig. 3.4.1.1

$$\phi - \left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{1+c}} F_e\left(\arcsin \frac{\sqrt{1+1/c} \sin \theta}{\sqrt{1+1/c \sin^2 \theta}}, \frac{1}{\sqrt{1+c}}\right) \quad (3.3.4-7)$$

donde F_e es la integral elíptica de primera especie.

Para determinar c se puede utilizar (3.3.4-6)

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta'}{\sqrt{c + \sin^2 \theta'}} = \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+c}} F_e\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\sqrt{1+c}}\right) \quad (3.3.4-8)$$

Como se están considerando ángulos α muy pequeños, el valor de C es mucho mayor que la unidad (C es inversamente proporcional a α) y por lo tanto

$$\frac{1}{\sqrt{1+c}} F_e\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{\sqrt{1+c}}\right) \approx \frac{\pi}{2\sqrt{1+c}} \quad (3.3.4-9)$$

De (3.3.4-7) y (3.3.4-9) se llega a

$$\phi - \left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right) = \frac{2\alpha}{\pi} F_e\left(\arcsin \frac{\frac{\pi}{2\alpha} \sin \theta}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{2\alpha}\right)^2 - \cos^2 \theta}}, \frac{2\alpha}{\pi}\right) \quad (3.3.4-10)$$

que se puede aproximar ($\pi/2\alpha \gg 1$) por

$$\phi - \left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right) = \frac{2\alpha}{\pi} F\left(\theta, \frac{2\alpha}{\pi}\right) \quad (3.3.4-11)$$

Aunque una expresión mucho más práctica y asimismo aproximada de (3.3.4-10) para ($\pi/2\alpha \ll 1$ y $C \gg 1$) es:

$$\phi - \left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right) = \frac{2\alpha}{\pi} \theta \quad (3.3.4-12)$$

De aquí se obtiene

$$\theta = \frac{\pi}{2\alpha} \left[\phi - \left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right) \right] \quad \text{para} \quad \frac{\pi - \alpha}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi + \alpha}{2} \quad (3.3.4-13)$$

que es la expresión que se empleará posteriormente.

Cuando se aplica un campo magnético intenso H_x , hay que utilizar las expresiones (3.3.4). De la segunda de ellas se obtiene

$$\gamma \approx -\phi \quad (3.3.4-14)$$

Llevando este resultado a la primera de las expresiones (3.3.4) se llega a

$$\frac{d^2\theta}{r_1^2 d\phi^2} = \frac{\sin \theta \cos \theta}{\xi_H^2} \quad (3.3.4-15)$$

donde se ha considerado la zona alrededor de $r=r_1$ como estructura plana localmente. Como ya se ha indicado en 3.3.1 la solución para campos intensos es $\theta = \pi/2$, excepto en las proximidades de las paredes donde, en una distancia de $2\xi_H$ aproximadamente, ocurre la transición.

Asimismo estos resultados son los mismos cuando se aplican campos eléctricos, cuando el cristal líquido tiene anisotropía dieléctrica positiva, con el solo intercambio de ξ_E por ξ_H .

Cuando el cristal líquido tiene anisotropía dieléctrica negativa se forman igualmente los dominios de Williams formando $\pi/4$ con el vértice de la estructura, pero al aumentar el voltaje aparecen unos nuevos dominios encontrados por el director y el autor de este trabajo que se comentan en el capítulo IV.

3.4. CARACTERIZACION EMPIRICA DE LAS ANTERIORES ESTRUCTURAS

Con objeto de conocer la orientación molecular en estructuras cilíndricas y en cuña existen varios métodos de caracterización empírica que se comentan a continuación. Solo se aplican al caso de cristales líquidos nemáticos porque este trabajo se ha basado en ellos.

3.4.1. CARACTERIZACION EMPIRICA DE ESTRUCTURAS CILINDRICAS POR MEDIO DE LA INTERFEROMETRIA

Debido a la imposibilidad de reconocer a simple vista las estructuras cilíndricas de cristal líquido se ha desarrollado un método interferométrico diferencial, basado en el empleo de un in

terferómetro del tipo Mach-Zehnder, cuya teoría básica se encuentra en la ref. 15.

Los primeros investigadores que utilizaron este tipo de interferómetro fueron Bennet, Carter y Bergdolt (ref. 6) para estudiar trayectorias de proyectiles. Posteriormente Kahl y Mylin realizaron un estudio exacto para el caso de objetos con simetría cilíndrica y dedujeron los errores cometidos al suponer trayectorias rectas. Hunter y Vest (Ref. 77 y ref. 156) comprobaron las predicciones teóricas de Kahl y Mylin. (Ref. 82).

Saunders, Gardner y Stone aplicaron este método para la determinación de la variación radial del índice de refracción para varios tipos de fibras ópticas (ref. 138 y ref. 149).

Realmente el impulsor de este sistema fue Marhic (ref. 100) porque su estudio se basó en capilares llenos de líquidos con diferentes índices de refracción.

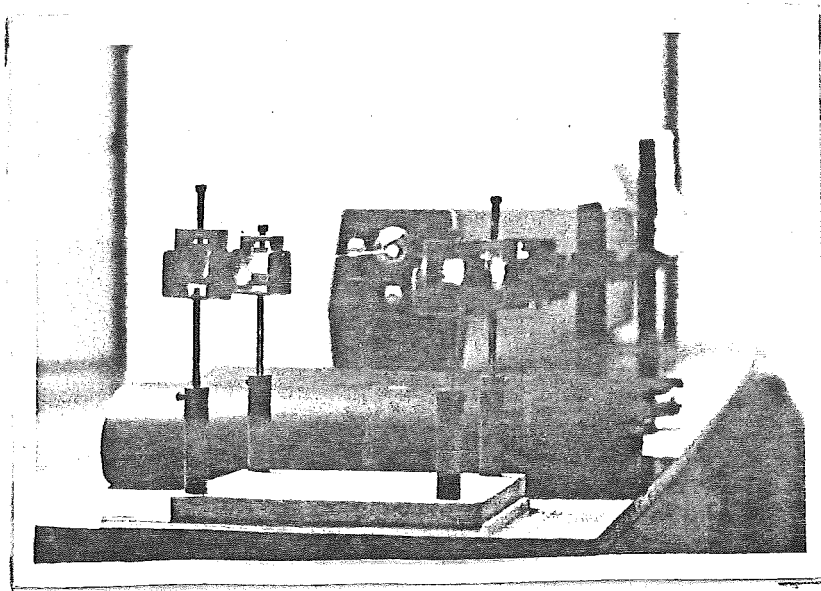
Por último, Scudieri aplicó el llamado método interferométrico diferencial al caso particular de cristales líquidos nemáticos en estructuras cilíndricas (ref. 141). En esta referencia se ofrecen las fotografías obtenidas siguiendo este método, pero su interpretación teórica no es correcta. En este trabajo se da a continuación una interpretación que se considera más adecuada de los resultados obtenidos por Scudieri, así como una ampliación de este modelo para el caso de aplicar campos magnéticos axiales.

El sistema interferométrico diferencial se muestra en la fig. (3.4.1.1) siendo:

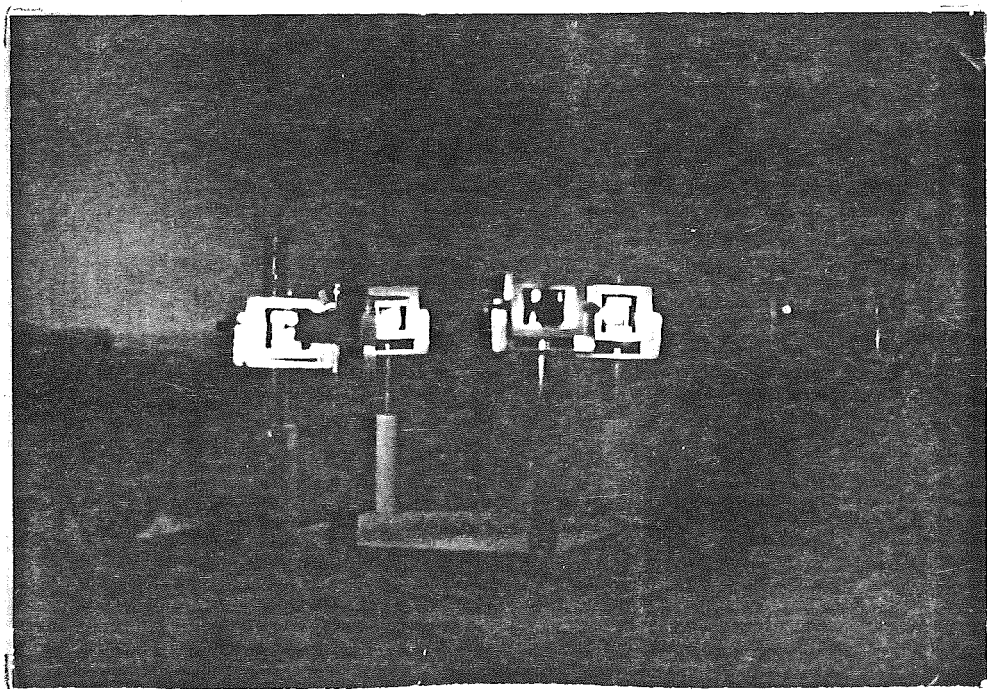
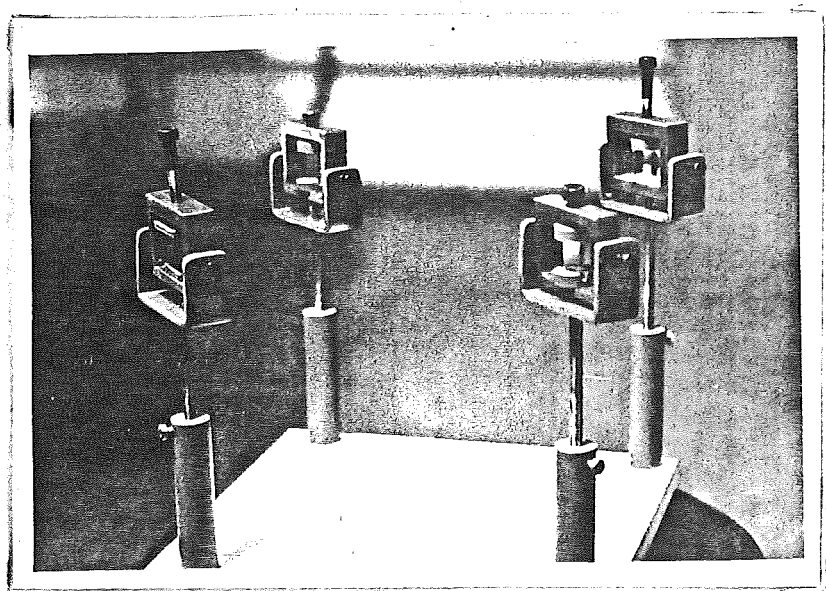
L = lente de enfoque del plano x, z en la pantalla P.

Los radios de los capilares son idénticos.

Este sistema interferométrico diferencial evita la necesidad de sumergir los capilares en recipientes cuadrados con aceite cuyo índice de refracción coincide con el índice del vidrio soporte de la estructura cilíndrica, para lograr la adaptación de índices.



MACH - ZEHNDER



El sistema interferométrico se ajusta para que produzca franjas de interferencia perpendiculares al eje z (en ausencia de los capilares). La distancia entre franjas paralelas adyacentes corresponde a una diferencia del camino óptico correspondiente a λ (longitud de onda en el vacío de la radiación incidente).

Al introducir los dos capilares (el de referencia lleno de un aceite con un índice de refracción n_r , y el de estudio con cristal líquido cuya orientación molecular quiere comprobarse) se distorsionan las franjas y aparecen dos grupos de ellas netamente diferenciadas.

De acuerdo con la teoría de Kahl y Mylin hay que tener en cuenta los efectos de refracción en estructuras cilíndricas, pero posteriormente Marhic demostró que en el caso de capilares muy pequeños (como es este caso) se puede utilizar la aproximación de lente delgada como una aproximación de primer orden, para la interpretación de los resultados interferométricos. Por lo tanto se empleará esta aproximación de lente delgada con objeto de simplificar el cálculo matemático.

De acuerdo con lo anterior el desplazamiento de franja (definido como el cociente entre el corrimiento de la franja $D(x)$ en la pantalla y la separación entre franjas adyacentes Λ en la pantalla) viene dado por

$$\frac{D(x)}{\Lambda} = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\sqrt{R^2 - x^2}} [n_{ef} - n_r] dy \quad (3.4.1-1)$$

de acuerdo con la geometría de la fig. 3.4.1.2.

donde:

λ = longitud de onda en el vacío de la radiación luminosa utilizada.

n_{ef} = índice de refracción de fase del líquido del capilar.

n_r = índice de refracción del medio líquido de referencia

R = radio interno de los capilares (igual en los dos porque son capilares idénticos).

El índice de refracción n_{ef} es el que va a caracterizar las franjas y por tanto la orientación molecular del cristal líquido.

3.4.1.1. ANÁLISIS INTERFEROMÉTRICO APLICADO A ESTRUCTURAS CILÍNDRICAS HOMEOTROPICAS

Como ya es sabido, en este caso el alineamiento molecular cumple la relación

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \frac{r}{R} \quad (3.4.1.1-1)$$

donde $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

En el capítulo IV se muestra que para este tipo de alineamiento se pueden distinguir dos tipos de polarizaciones fundamentales:

- 1) La polarización está contenida en el plano formado por el director y el vector de onda.
- 2) La polarización es perpendicular al plano formado por el director y el vector de onda.

El índice de refracción efectivo correspondiente al caso 1), n_{ef} , se calcula teniendo en cuenta que el índice de refracción de fase, cuando el vector de onda forma un ángulo μ con el director, viene dado por

$$\frac{1}{n_f^2(\mu)} = \frac{\cos^2 \mu}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \mu}{n_e^2} \quad (3.4.1.1-2)$$

Para el caso 1)

$$\cos^2 \mu = \sin^2 \theta \left[\frac{y^2}{x^2 + y^2} \right] \quad (3.4.1.1-3)$$

De las expresiones (3.4.1.1-2) y (3.4.1.1-3) se obtiene:

$$n_{ef1}(x,y) = n_e \sqrt{\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta \left[\frac{x^2 + a^2 y^2}{x^2 + y^2} \right]}} \quad (3.4.1.1-4)$$

donde:

$$a = n_e / n_o$$

Para el caso 2), por las condiciones de polarización

$$n_{ef2}(x,y) = n_o \quad (3.4.1.1-5)$$

Estos dos índices efectivos dan lugar a dos grupos de franjas (superior e inferior) caracterizadas por su desplazamiento, que vienen dados respectivamente por:

$$\frac{D_1(x)}{\Lambda} = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\sqrt{R^2 - x^2}} \left[n_e \frac{R^2 + (x^2 + y^2)}{\sqrt{|R^2 - (x^2 + y^2)|^2 + 4R^2(x^2 + a^2 y^2)}} - n_r \right] dy \quad (3.4.1.1-6)$$

Donde se ha sustituido (3.4.1.1-1), en (3.4.1-1).

$$\frac{D_2(x)}{\Lambda} = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\sqrt{R^2 - x^2}} [n_o - n_r] dy = \frac{2}{\lambda} (n_o - n_r) \sqrt{R^2 - x^2} \quad (3.4.1.1-7)$$

De acuerdo con lo mostrado en el capítulo IV hay que distinguir dos casos:

a) Cuando la polarización de la radiación incidente es perpendicular al eje del capilar (z), en la zona central de este aparece la franja inferior (n_{ef2}) y en el resto del capilar aparece la franja superior.

b) Cuando la polarización es paralela al eje del capilar, en la zona central de este aparece la franja superior y en el resto del capilar aparece la franja inferior.

La explicación de este comportamiento se encuentra en el capítulo IV en el apartado que estudia la deflexión de una radiación luminosa en una estructura como la aquí estudiada, y se considera innecesario repetirla aquí.

Las predicciones teóricas anteriores se corroboran plenamente con los experimentos mostrados en la ref. 141 y por una comunicación privada que el propio Scudieri tuvo con el director de este trabajo.

En las figuras 3.4.1.1.1 y 3.4.1.1.2 se muestran los desplazamientos de franjas para dos casos (reportados por Scudieri con los siguientes valores $n_e = 1.65$ y 1.73 ; $n_o = 1.537$, $n_p = 1.516$ y $R = 103.5 \mu\text{m}$) y para los dos tipos de polarizaciones expresadas anteriormente (paralela y perpendicular al eje del capilar) con $\lambda = 546 \text{ nm}$.

La integral (3.4.1.1-6) que proporciona $\frac{D_1(x)}{\Lambda}$ se realizó por medio de un programa para la calculadora programable TI-59, que se muestra en el apéndice C (para el caso $H=0$).

En el caso de aplicar un campo magnético axial, el alineamiento molecular cumple, de acuerdo con el apartado 3.2.1,

$$\text{tg } \theta/2 = \frac{I_1(r/\xi_H)}{I_1(R/\xi_H)} \quad (3.4.1.1-8)$$

Por lo tanto de acuerdo con (3.4.1.1-4) y (3.4.1.1-8) el índice de refracción efectivo correspondiente al caso 1) vendrá dado por:

$$n_{\text{ef } 1}(x,y) = n_e \frac{1 + \text{tg}^2 \theta/2}{\sqrt{(1 - \text{tg}^2 \theta/2)^2 + 4\left(\frac{x^2 + a^2 y^2}{x^2 + y^2}\right) \text{tg}^2 \theta/2}} \quad (3.4.1.1-9)$$

donde

$\text{tg } \theta/2$ viene dado por la expresión (3.4.1.1-8) y $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Al ser esta expresión muy complicada para programar, se

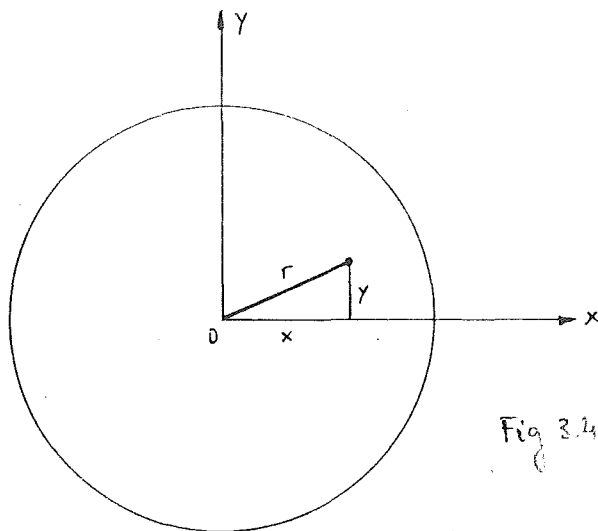


Fig 3.4.1.2

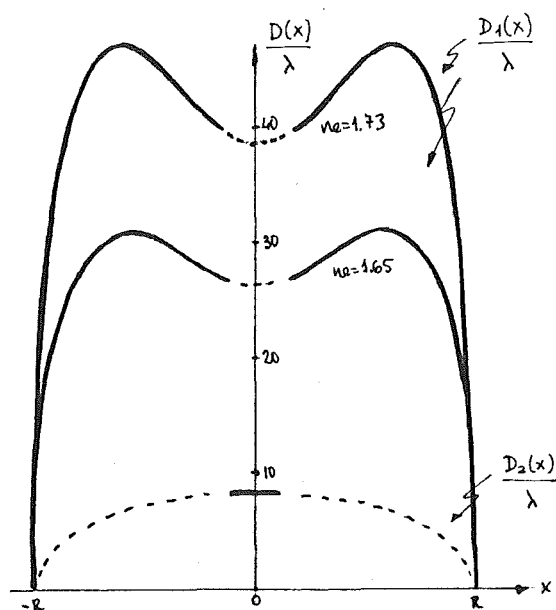


Fig 3.4.1.2

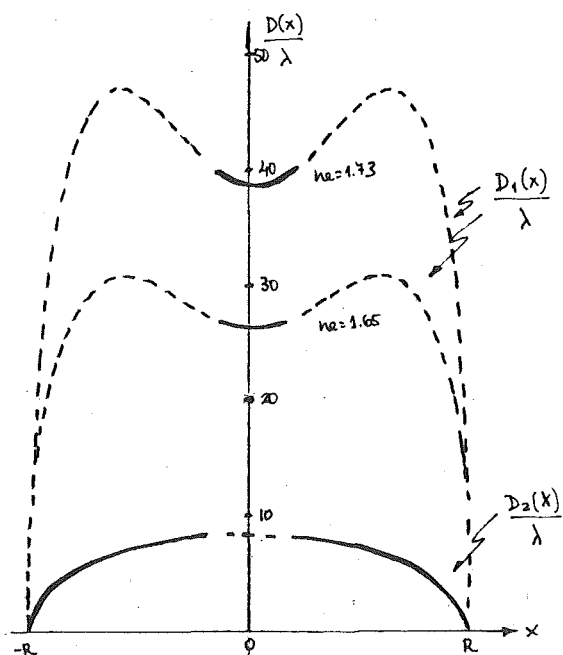


Fig 3.4.1.1

prefirió emplear la aproximación

$$\operatorname{tg} \theta/2 \approx \left(\frac{r}{R}\right)^{\sqrt{1 + (R/\xi_H)^2}} \quad (3.4.1.1-9a)$$

Por tanto el desplazamiento de la franja superior viene dado

$$\frac{D_1(x)}{\Lambda} = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\sqrt{R^2 - x^2}} [n_{\text{ef1}}(x,y) - n_r] dy \quad (3.4.1.1-10)$$

donde $n_{\text{ef1}}(x,y)$ es la expresión (3.4.1.1-9), donde asimismo $\operatorname{tg} \theta/2$ viene dado por (3.4.1.1-9a).

El desplazamiento de la franja inferior permanece invariable porque el índice de refracción ordinario no depende del campo magnético aplicado.

En la fig. 3.4.1.1.3 se muestran las franjas superior e inferior para los mismos casos de Scudieri y radiación luminosa sin polarizar.

Se puede comprobar que para valores altos de R/ξ_H , tiende a

$$\frac{D_1(x)}{\Lambda} = \frac{2}{\lambda} (n_e - n_r) \sqrt{R^2 - x^2} \quad (3.4.1.1-11)$$

Esta figura (3.4.1.1.3) y la integral (3.4.1.1-10) se han realizado por medio de un programa (mostrado en el apéndice C) para la calculadora programable TI-59.

Es la primera vez que se estudia la influencia de un campo magnético axial en los desplazamientos de las franjas de un sistema interferométrico diferencial MACH-ZEHNDER.

En el Laboratorio de Tecnología Electrónica y Electrónica Cuántica se simulaban estos casos con el cristal líquido nemático FASE 5, con aceite de referencia de $n_r = 1.51$, comprobándose la alteración de las franjas superiores, expuesta anteriormente, al aplicar un campo magnético axial.

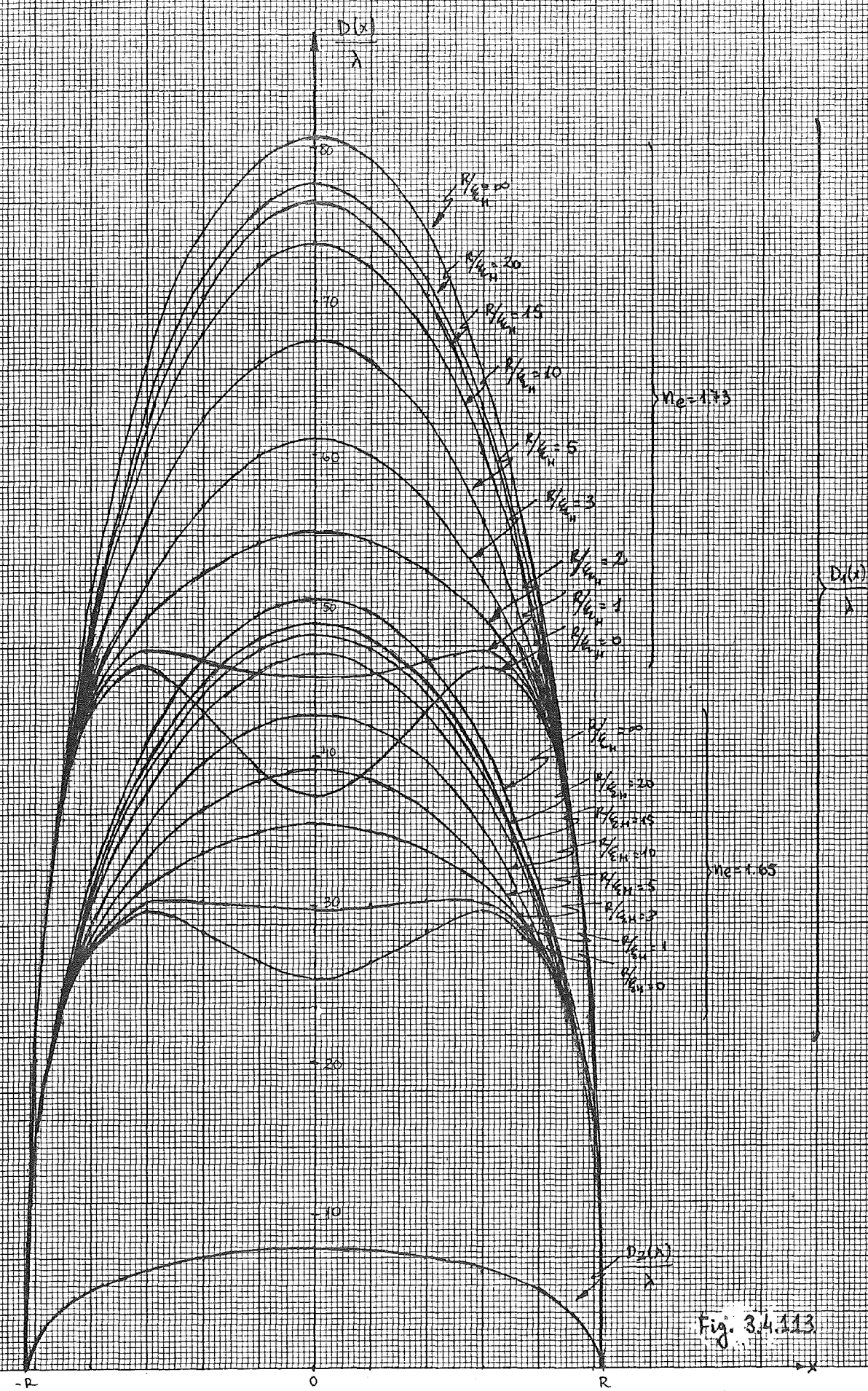


Fig. 3.4.113

3.4.1.2. ANALISIS INTERFEROMETRICO APLICADO A ESTRUCTURAS CILINDRICAS HOMOGENEAS

En este caso el alineamiento molecular cumple que $\theta = 0$, por lo tanto los dos casos posibles de desplazamiento de franjas son

a) Para polarización paralela al eje del capilar, para to da las zonas del capilar

$$n_{ef\ 1} = n_e \quad (3.4.1.2-1)$$

Por tanto el desplazamiento de franja es

$$\frac{D_1(x)}{\Lambda} = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} [n_e - n_r] dy = \frac{2}{\lambda} (n_e - n_r) \sqrt{R^2-x^2} \quad (3.4.1.2-2)$$

b) Para polarización perpendicular al eje del capilar, para todas las zonas del capilar

$$n_{ef\ 2} = n_o \quad (3.4.1.2-3)$$

Por lo tanto el desplazamiento de franja es

$$\frac{D_2(x)}{\Lambda} = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} [n_o - n_r] dy = \frac{2}{\lambda} (n_o - n_r) \sqrt{R^2-x^2} \quad (3.4.1.2-4)$$

La aplicación de un campo magnético axial no altera desplazamientos de franjas.

3.4.2. CARACTERIZACION EMPIRICA DE ESTRUCTURAS CILINDRICAS POR MEDIO DE OTROS METODOS

Estos métodos se encuentran en las ref. (89), (29) y (160) y se comentan brevemente a continuación:

a) Se ilumina un capilar con radiación luminosa polarizada perpendicular al eje del capilar. Por medio de una lente se enfo-

ca en una pantalla el plano que contiene al eje del capilar. Las fluctuaciones del índice extraordinario asociado con las fluctuaciones de la orientación molecular, dan lugar a la dispersión Rayleigh. Esta dispersión se manifiesta por puntos alargados parpadeantes orientados igual que las moléculas, en el plano enfocado por la lente, y por lo tanto se logra conocer empíricamente la orientación molecular.

b) Por observación, de una red de pequeños orificios, a través del capilar. Por medio de una lente se enfoca en una pantalla el plano que contiene al eje del capilar. Cada orificio da lugar a dos imágenes (ordinaria y extraordinaria). La imagen ordinaria de los orificios se distorsiona debido al efecto lente del capilar y la imagen extraordinaria de los orificios es sensible al efecto lente y a la variación de la anisotropía óptica en el capilar. La inclinación del desplazamiento de la imagen extraordinaria respecto a la ordinaria es reflejo de la orientación molecular en el plano central del capilar.

3.4.3. CARACTERIZACION EMPIRICA DE ESTRUCTURAS EN CUÑA

Los cuatro tipos a determinar son los ya tratados en el apartado 3.3:

- 1) Homogénea paralela
- 2) " perpendicular
- 3) Homeotrópica
- 4) Torsionada

El esquema a utilizar es el siguiente:

Observación entre polarizadores cruzados	4 posiciones donde hay bloqueo de luz	Homogénea paralela
		Homogénea perpendicular
	4 posiciones donde hay transmisión total de luz	Torsionada
	Siempre hay bloqueo de luz	Homeotrópica

Ya solo queda distinguir entre la configuración homogénea paralela y homogénea perpendicular y para ello se utiliza el montaje utilizado en la fig. 2.5.3.

Se hace incidir una radiación luminosa procedente de un laser He-Ne (u otro), perpendicular a la cara frontal con dos tipos de polarizaciones

- a) Paralela al vértice de la cuña
- b) Perpendicular al vértice de la cuña.

Llamando d_a y d_b a las distancias en la pantalla para los rayos de salida para estos tipos de polarización respectivamente. De acuerdo con lo demostrado en el apartado 4.2 se puede concluir que

Si $d_a > d_b \Rightarrow$ Homogénea paralela

Si $d_a < d_b \Rightarrow$ Homogénea perpendicular

Con lo que ya se tienen completamente determinadas las cuatro configuraciones moleculares de estructuras en cuña.

CAPITULO IV. ESTUDIO DE LA DEFLEXION EN LAS
ANTERIORES ESTRUCTURAS

4.1. INTRODUCCION

Una vez estudiadas, en el capítulo anterior, las orientaciones moleculares del cristal líquido, con y sin campos externos aplicados, se pasa a analizar las trayectorias de la radiación luminosa a través de las estructuras de cristal líquido y la influencia de los campos externos sobre ellas. Cuando se dice radiación luminosa se sobreentiende con frente de onda plano porque es radiación laser.

Todo lo anterior se aplicará en los dos tipos de estructura: utilizadas en este trabajo: cilíndrica y en cuña.

El caso especial de analizar la estructura cilíndrica homeotrópica con esméctico-A se debe a la existencia de medidas experimentales sobre esta estructura. Se comprobará que los resultados obtenidos por el análisis realizado en este capítulo, concuerdan exactamente con los resultados experimentales.

En el caso de estructuras en cuñas se distingue en función del signo de la anisotropía dieléctrica del cristal líquido utilizado.

Por último se estudia la rapidez, de cada estructura, para producir deflexión, llegándose a resultados muy prometedores en el campo de los sistemas de comunicaciones ópticas.

4.2. FUNDAMENTOS TEORICOS

Al ser el cristal líquido un medio anisótropo, concretamente uniaxial (para nemáticos y esmécticos-A), el estudio de las trayectorias de la radiación luminosa habrá de tener en cuenta las características peculiares de estos medios.

Al suponerse ya conocidos los fundamentos teóricos, se bosqueja un breve resumen a modo de recordatorio.

De acuerdo con Born y Wolf (ref. 15) y Ditchburn (ref. 36), los vectores de Poynting (\vec{P}) y de onda (\vec{K}) no poseen la misma dirección. El estudio queda muy simplificado si se utilizan sus respectivos elipsoides de Fresnel.

El elipsoide de rayos (vector de Poynting) es de la forma (ref.)

$$\epsilon_x x^2 + \epsilon_y y^2 + \epsilon_z z^2 = 1 \quad (4.2-1)$$

donde ϵ_x , ϵ_y y ϵ_z son las tres componentes del tensor dieléctrico diagonalizado, es decir referido a sus ejes principales.

Al ser el cristal líquido un medio localmente uniaxial, donde el director de las moléculas coincide con el eje óptico, y tomando el eje z como eje óptico, la expresión (4.2-1) queda de la forma:

$$\epsilon_{\perp}(x^2 + y^2) + \epsilon_{\parallel} z^2 = 1 \quad (4.2-2)$$

Donde ϵ_{\perp} y ϵ_{\parallel} ya han sido definidos en el apartado 2.3, pero teniendo en cuenta que, en este caso, ϵ estará dado para frecuencias ópticas.

Una radiación luminosa, cuyo vector de Poynting forme un ángulo ξ con el director (eje óptico), tendrá unos índices de refracción de rayo que dependen de la dirección de la polarización, pudiendo dividirse cualquier caso en dos fundamentales. Cuando la polarización está contenida en el plano formado por el

director y el vector de Poynting, el índice de refracción de rayo (n_R), viene dado, de acuerdo con (4.2.2), (rayo extraordinario) por:

$$n_R^2(\xi) = n_o^2 \cos^2 \xi + n_e^2 \sin^2 \xi \quad (4.2-3)$$

donde: $n_o = \sqrt{\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_o}}$ y $n_e = \sqrt{\frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_o}}$ quedando claro que ϵ_{\perp} y ϵ_{\parallel} están definidos a frecuencias ópticas.

Cuando la polarización es perpendicular al plano formado por el vector de Poynting y el director, el índice de refracción de rayo coincide con el índice de refracción ordinario, es decir $n_R = n_o$ (rayo ordinario).

Por otra parte, el elipsoide de Fresnel para el vector de onda viene dado (ref.) por

$$\frac{x^2}{\epsilon_x} + \frac{y^2}{\epsilon_y} + \frac{z^2}{\epsilon_z} = 1 \quad (4.2-4)$$

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, la expresión (4.2-4) queda reducida a:

$$\frac{x^2 + y^2}{\epsilon_{\perp}} + \frac{z^2}{\epsilon_{\parallel}} = 1 \quad (4.2-5)$$

Una radiación luminosa, cuyo vector de onda forma un ángulo con el director (eje óptico), tendrá unos índices de refracción de fase que dependen de la dirección del vector \vec{D} , pudiendo dividirse cualquier caso en dos fundamentales. Cuando la dirección de \vec{D} está contenida en el plano formado por el director y el vector de onda, el índice de refracción de fase (n), viene dado, de acuerdo con (4.2-5), (rayo extraordinario) por:

$$\frac{1}{n^2(\mu)} = \frac{\cos^2 \mu}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \mu}{n_e^2} \quad (4.2-6)$$

Cuando la dirección de \vec{D} es perpendicular al plano formado por el director y el vector de onda, el índice de refracción de fase coincide con el índice de refracción ordinario, es decir

$n = n_o$ (rayo ordinario).

Es decir para el rayo extraordinario existirán dos velocidades, la velocidad del rayo (c/n_R) y la velocidad de los frentes de onda (c/n). Rossi (ref.135) y Johnson (ref.66) han estudiado la relación entre los ángulos ξ y μ , resultando ser:

$$\operatorname{tg} \xi = \left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \operatorname{tg} \mu \quad (4.2-7)$$

Entonces conociendo (4.2-3) y (4.3-6), mediante (4.2-8) se llega a la relación:

$$n_R(\xi) = n(\mu) \cos(\mu - \xi) \quad (4.2-8)$$

Siendo precisamente $(\mu - \xi)$ el ángulo formado por el vector de Poynting y el vector de onda, entre sí. Por lo tanto se conoce el cociente

$$\frac{\text{velocidad de rayo}}{\text{velocidad de fase}} = \frac{n}{n_R} = \frac{1}{\cos(\mu - \xi)} \quad (4.2-9)$$

A continuación se pasa al estudio de medios uniaxiales, donde la dirección del eje óptico depende del punto considerado.

4.2.1. COMPORTAMIENTO DE LA POLARIZACION DE LA RADIACION LUMINOSA EN ESTRUCTURAS BIRREFRINGENTES VARIABLES

El estudio del comportamiento de la polarización de una radiación luminosa que se propaga a través de una estructura birrefringente variable (los ejes ópticos son función de la posición, pero siempre perpendiculares a la dirección de propagación) ha sido realizado por De Vries (ref.157) y Priestley (ref. 129). Una aproximación para el caso de las estructuras torsionadas de cristal líquido (twist) fue ya mostrada por Maugin (ref. 102y ref. 103), llegando a la conclusión de que, según la geometría de la fig. 4.2.1.1, si la radiación incidente polarizada se

gún el eje z , saldrá polarizada según el eje x , si se cumple la condición $p \gg \lambda$, siendo p = paso de la estructura = $2\pi/(d\theta/dy)$ (θ es el ángulo formado por el director (contenido en el plano x,z) y el eje z), y λ = longitud de onda en el vacío de la radiación.

Esta propiedad de seguimiento, por parte de la polarización, de la torsión molecular (si se cumple la condición de Mauguin) es la base del efecto logrado en las células planas torsionadas de cristal líquido (twist) descubiertas por Schadt y Helfrich (ref.139).

Otros métodos aproximados descritos por Grinberg (ref. 61), McIntyre (ref. 105) y Birecki (ref.12), muestran la validez del estudio realizado por De Vries y Mauguin. Pero la principal dificultad de este estudio es la complicación resultante de largos cálculos, donde a menudo se pierde el sentido físico. Por ello se ha preferido utilizar en este trabajo un método cualitativo y semicuantitativo basado en el estudio de la esfera de Poincaré.

La utilización de la esfera de Poincaré fue ya indicado por el propio Mauguin, y Jerrard la aplicó en estructuras birrefringentes en general (ref.79). Otros métodos de representación de la polarización propuestos por Theocaris (ref.154), basados en las cartas de Smith y Carter, son mucho menos intuitivos y más complicados, no comentándose en este trabajo, por lo tanto. Después de la utilización de la esfera de Poincaré por parte de Mauguin, hace más de sesenta años, este método quedó en el olvido hasta que ha sido redescubierto, por Bigelow y Kashnow (ref.10) y (ref. 11), y aplicado con pleno éxito para la explicación del comportamiento de la polarización, cuando se deforma la orientación molecular de la estructura torsionada, al aplicar campos eléctricos (ref. 33) o campos magnéticos (ref.51).

Como ya es sabido (ref.15) un rayo cuya polarización tiene una elipticidad u y un ángulo v , formado por el eje mayor de la elipse de polarización con el eje z (según la fig.4.2.1.1),

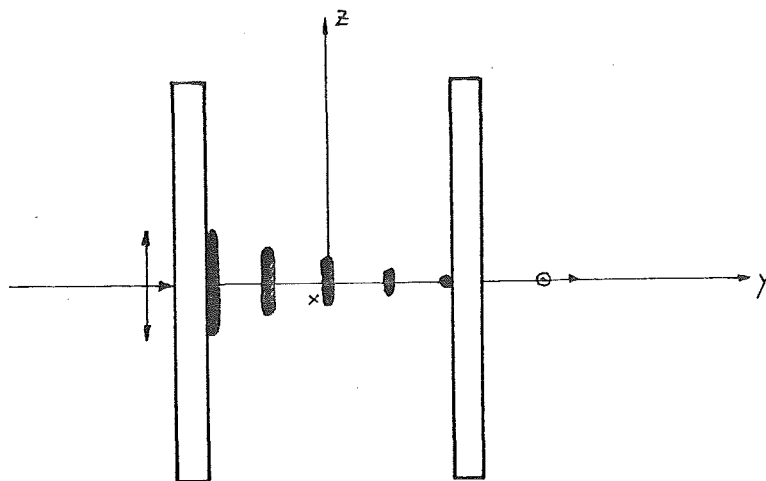


Fig. 42.1.1

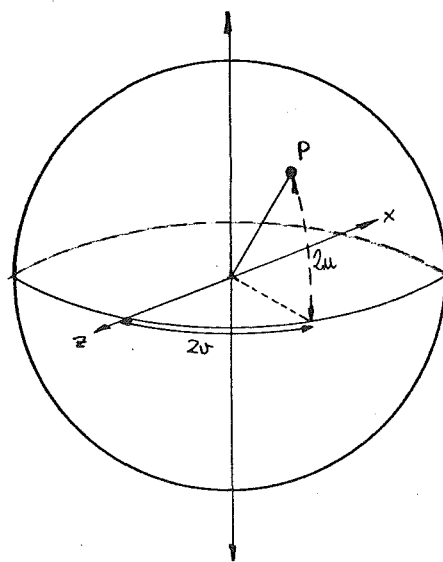


Fig. 42.1.2.

está representado en la esfera de Poincaré por el punto P mostrado en la fig. 4.2.1.2.

El efecto de una lámina birrefringente de espesor d , birrefringente Δn y cuyo eje óptico (contenido en el plano x, z) forma un ángulo ψ con el eje z , sobre un rayo polarizado según el eje z se muestra en la fig. 4.2.1.3 (paso del punto P al Q).

$$\text{donde } \Delta\theta = \frac{2\pi \Delta n d}{\lambda}$$

Por lo tanto considerando que el cristal líquido está formado por láminas birrefringentes (moléculas) infinitamente pequeñas y cuyo eje óptico varía con la dirección del rayo (y), (estructura torsionada o twist), se llega a que la polarización del rayo que atraviesa la estructura anterior se encuentra representada por un punto en la base de un cono (fig. 4.2.1.4) que se desliza girando sobre el ecuador, hasta que se encuentra tangente al eje x . El semi-ángulo del cono viene dado según (ref.10) por:

$$\omega = \arctg \frac{2\lambda}{p \Delta n} \quad (4.2.1-2)$$

donde

λ = longitud de onda de la radiación incidente (en el vacío)

p = paso de la estructura torsionada = $2\pi / (\frac{d\theta}{dy})$

$$\Delta n = n_e - n_o$$

La curva descrita por el punto representativo de la polarización es similar a una cicloide.

Puede comprobarse que la condición de Maugin ($p \gg \lambda$) implica que $\omega \approx 0$ y por lo tanto la polarización de rayo que atraviesa la estructura siempre se encuentra en el ecuador de la esfera de Poincaré, es decir siempre será lineal y con la misma dirección del eje óptico (orientación de la molécula), cumpliéndose por lo tanto la predicción, del giro de la polarización, realizada por Maugin.

En el caso de que se distorsionen estas estructuras torsionadas, es decir que las moléculas de cristal líquido dejen de estar en el plano x,z , la expresión (4.2.1-2) queda modificada de acuerdo con Berreman (ref. 9) en el sentido de que Δn pasa a ser $\Delta n'$ que tiene por valor

$$\Delta n' = \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \zeta + n_e^2 \sin^2 \zeta}} - n_o \quad (4.2.1-3)$$

donde ζ es el ángulo formado por el director con su proyección en el plano x,z .

Por lo tanto, la expresión (4.2.1-2) queda generalizada en la forma:

$$\omega = \arctg \frac{\lambda \left(\frac{d\theta}{dy} \right)}{\pi \left[\frac{n_e n_o}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \zeta + n_e^2 \sin^2 \zeta}} - n_o \right]} \quad (4.2.1-4)$$

Algunos experimentadores han propuesto otros modelos, Van Doorn (ref. 38) y Berreman (ref. 8), para analizar la influencia de la distorsión molecular, pero queda patente la superioridad y sencillez del modelo de Poincaré aquí mostrado, que será utilizado más adelante.

4.2.2. ANÁLISIS DE FERMAT APLICADO A MEDIOS ANISOTROPOS

Según lo mostrado en el apartado anterior, en la práctica totalidad de las configuraciones moleculares de cristales líquidos se cumple que $\omega \approx 0$ (condición de Maugin), que implica el "seguimiento", por parte de la polarización, de la orientación molecular. Es decir si un rayo incide con la polarización contnida en el plano formado por el director y el mismo rayo, esta polarización seguirá contenida en este plano, siendo por tanto este el rayo extraordinario. De forma similar ocurre con un rayo

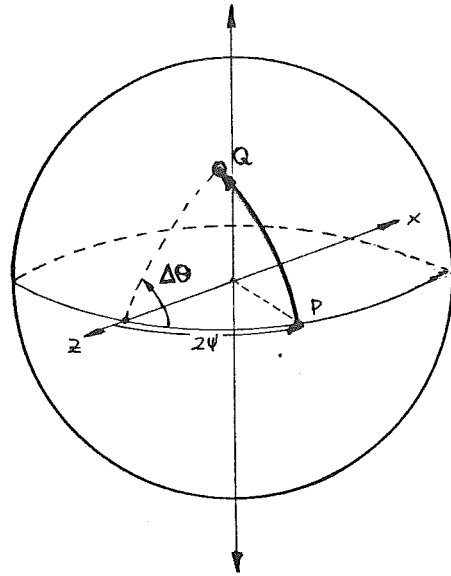


Fig. 4.2.1.3

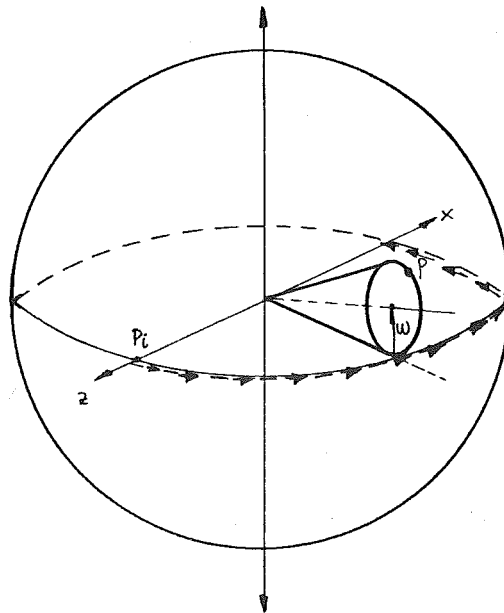


Fig. 4.2.1.4

incidente cuya polarización es perpendicular a el mismo y al director; esta polarización seguirá siempre perpendicular a dicho plano, siendo por tanto este el rayo ordinario. Queda claro que lo anterior sólo es válido para ángulos ω (3.2.1-2) nulos o muy pequeños.

De acuerdo con todo esto el índice de refracción de rayo extraordinario, vendrá siempre dado por la expresión (4.2-3), donde ξ será función de cada punto de la trayectoria de dicho rayo. El índice de refracción del rayo ordinario siempre será n_o y por lo tanto es insensible a la variación de la orientación molecular.

Por otra parte, es de todos conocido el principio de Fermat o del tiempo mínimo para medios isótropos, que es de la forma

$$\delta \int n ds = 0 \quad (4.2.2-1)$$

donde

n = índice de refracción del medio considerado

ds = diferencial de longitud de la trayectoria de la luz.

Pero al estar trabajando con medios anisótropos, como los cristales líquidos, surge la duda de cual es el índice de refracción a emplear, si el de fase o el de rayo. Afortunadamente este problema ya ha sido resuelto por Kline y Kay (ref. 90) y Brands tratter (ref. 16). La solución indica que es precisamente el índice de refracción de rayo el que hay que emplear, estando asimismo la diferencial de trayectoria tomada en la trayectoria del rayo. Por lo tanto, el principio de Fermat aplicado a medios anisótropos uniaxiales (con las condiciones anteriormente expresadas) queda en la forma

$$\delta \int n_R ds_R = 0 \quad (4.2.2-2)$$

donde

n_R = índice de refracción de rayo

ds_R = diferencial de longitud de trayectoria del rayo

Grandjean es el único experimentador que indicó la posibilidad del empleo de este método (ref. 58) y (ref. 59) para en aplicación en líquidos anisótropos.

Por otra parte cabe señalar el camino óptico o tiempo transcurrido que se define como

$$C = \int_A^B n \, ds \quad (4.4.2-3)$$

siendo

n = índice de refracción de fase

ds = diferencial de longitud tomada según el vector de onda

coincide con:

$$C = \int_A^B n_R \, ds_R \quad (4.4.2-4)$$

porque de acuerdo con los resultados del apartado 4.2, $n = n_R / \cos(\mu - \xi)$ y $ds = ds_R \cos(\mu - \xi)$, equivalente a expresar que los tiempos medidos según el rayo y según el vector de onda coinciden, como era de esperar.

4.3. ANALISIS DE LA REFRACCION EN LOS CONTORNOS DE MEDIOS ANISOTROPOS

En este punto estudiaremos la deflexión de los rayos de luz a su paso por estructuras de cristal líquido. Aunque estas configuraciones presentan formalmente, diferente forma exterior, para la zona donde incide el rayo de luz (idealmente un punto), se puede considerar la tangente a la superficie para estudiar los problemas de refracción.

Los tres tipos de orientación del cristal líquido en los contornos de las estructuras se pueden nominar como:

- a) orientación homeotrópica Fig. 4.3.1.a
- b) orientación homogénea paralela Fig. 4.3.1.b
- c) orientación homogénea perpendicular Fig. 4.3.1.c.

A continuación se pasa a estudiar cada tipo de orientación.

A) ORIENTACION HOMEOTROPICA

De acuerdo con la geometría de la fig. (4.3.2) y con

θ_i = ángulo de incidencia (respecto del eje y)

θ_{r_i} = ángulo de refracción en el vidrio (respecto al eje y)

θ_{r_1} y θ_{r_2} = ángulos de refracción de los vectores de ondas para los rayos ordinario y extraordinario (respecto al eje y)

n_v = índice de refracción del vidrio

se tiene, para el rayo ordinario (polarizado según el eje x) y de acuerdo con las leyes de Snell:

$$\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_{r_i}} = n_v$$

$$\frac{\text{sen } \theta_{r_i}}{\text{sen } \theta_{r_1}} = \frac{n_o}{n_v}$$

Por ello:

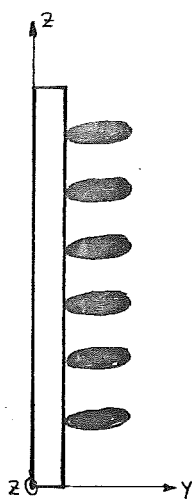


Fig. 4.3.1.a

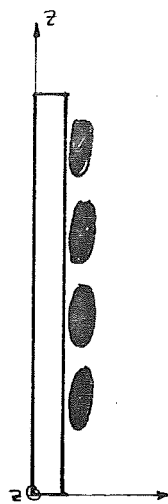


Fig. 4.3.1.b

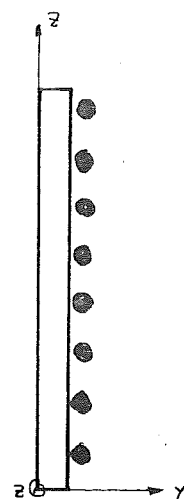


Fig. 4.3.1.c

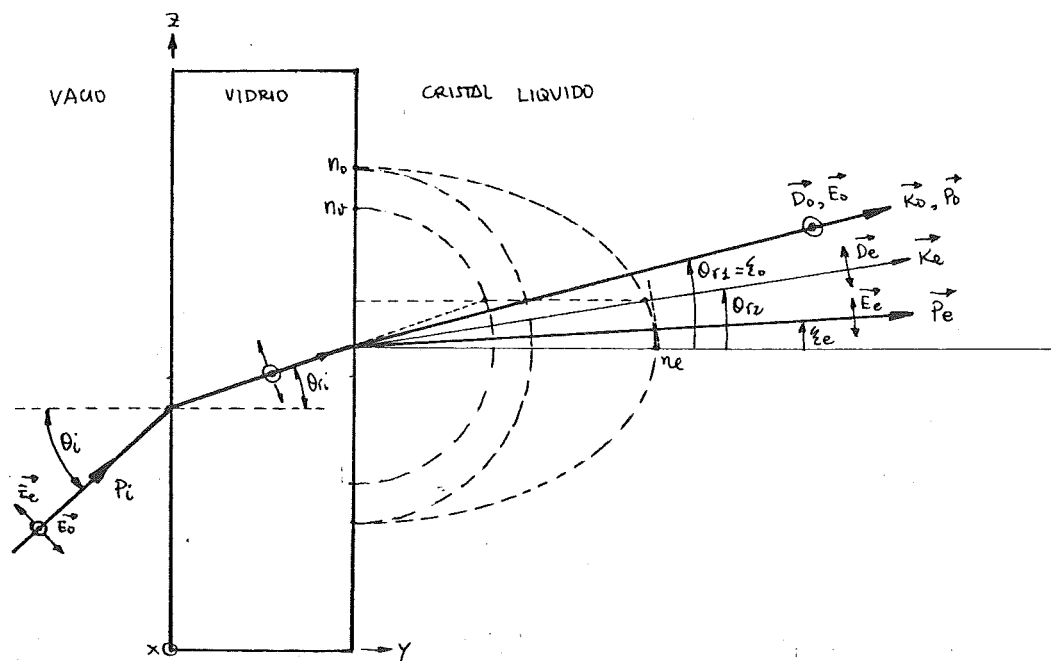


Fig. 4.3.2

$$\text{sen } \theta_{r_1} = \frac{\text{sen } \theta_i}{n_o} \quad (4.3-1)$$

Se comprueba que se puede analizar el problema sin considerar el vidrio, para estudiar los ángulos de refracción.

Para el rayo extraordinario (polarizado perpendicularmente al eje x)

$$\frac{\text{sen } \theta_i}{\text{sen } \theta_{r_i}} = n_v$$

$$\frac{\text{sen } \theta_{r_i}}{\text{sen } \theta_{r_2}} = \frac{n_o n_e}{n_v \sqrt{n_e^2 \cos^2 \theta_{r_2} + n_o^2 \text{sen}^2 \theta_{r_2}}}$$

Por ello

$$\text{sen } \theta_{r_2} = \frac{\text{sen } \theta_i}{n(\theta_{r_2})} \quad (4.3-2)$$

donde $n(\theta_{r_2})$ = índice de refracción de fase para el rayo extraordinario en este caso, siendo

$$\frac{1}{n^2(\theta_{r_2})} = \frac{\cos^2 \theta_{r_2}}{n_o^2} + \frac{\text{sen}^2 \theta_{r_2}}{n_e^2} \quad (4.3-3)$$

Una vez conocidos los ángulos de refracción de los vectores de onda se pasa a estudiar dos ángulos de refracción de los rayos (vectores de Poynting).

Como ya es sabido, para el rayo ordinario coinciden el vector de onda y el vector Poynting, por lo tanto de (4.3-1) se obtiene

$$\text{tg } \xi_o = \text{tg } \theta_{r_1} = \frac{\text{sen } \theta_i}{\sqrt{n_o^2 - \text{sen}^2 \theta_i}} \quad (4.3-4)$$

ξ_o = ángulo de refracción del vector de Poynting del rayo ordinario (respecto al eje y).

sin embargo para el rayo extraordinario no coinciden el vector de onda y el vector de Poynting, sino que existe entre ellos, una re

lación con sus tangentes, como ya se ha demostrado anteriormente en un apartado anterior de este capítulo. Esta relación es:

$$\operatorname{tg} \theta_{r_2} = a^2 \operatorname{tg} \xi_e \quad (4.3-5)$$

siendo

$$a = n_e/n_o$$

ξ_e = ángulo de refracción del vector de Poynting del rayo extraordinario (respecto al eje y)

Esta relación es válida solo, si se definen estos ángulos respecto al director.

De las relaciones (4.3-2) y (4.3-5), teniendo en cuenta (4.3-3) se llega a las siguientes expresiones:

$$\operatorname{tg} \theta_{r_2} = \frac{\operatorname{sen} \theta_i}{\sqrt{n_o^2 - \frac{\operatorname{sen}^2 \theta_i}{a^2}}} \quad (4.3-6)$$

$$\operatorname{tg} \xi_e = \frac{\operatorname{sen} \theta_i}{a \sqrt{n_e^2 - \operatorname{sen}^2 \theta_i}} \quad (4.3-7)$$

B) ORIENTACION HOMOGENEA PARALELA

De acuerdo con la geometría de la fig. (4.3.3), siendo los ángulos los mismos definidos en el caso A, así como n_v .

Para el rayo ordinario (polarizado según el eje x), de acuerdo con las leyes de Snell y de una forma similar al caso A, se obtiene

$$\operatorname{sen} \theta_{r_1} = \frac{\operatorname{sen} \theta_i}{n_o} \quad (4.3-8)$$

Para el rayo extraordinario (polarizado perpendicularmente al eje x) y de una forma similar al caso A se obtiene

$$\operatorname{sen} \theta_{r_2} = \frac{\operatorname{sen} \theta_i}{n(\theta_{r_2})} \quad (4.3-9)$$

donde

$n(\theta r_2)$ = índice de refracción de fase del rayo extraordinario para este caso

$$\frac{1}{n^2(\theta r_2)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_e^2} = \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2} \quad (4.3-10)$$

Una vez conocidos los ángulos de refracción de los vectores de onda, se pasa a estudiar los ángulos de refracción de los rayos (vectores de Poynting).

Para el rayo ordinario coinciden θr_1 y ξ_o , por lo tanto de (4.3-8) se obtiene

$$\operatorname{tg} \xi_o = \operatorname{tg} \theta r_1 = \frac{\sin \theta_i}{\sqrt{n_o^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad (4.3-11)$$

Para el rayo extraordinario y aplicando la expresión (4.3-5) (teniendo en cuenta que esta expresión es válida para ángulos definidos respecto al director) entre θr_2 y ξ_e , se tiene que:

$$\operatorname{tg} (\pi/2 - \theta r_2) = a^2 \operatorname{tg} (\pi/2 - \xi_e)$$

Es decir, para este caso:

$$\operatorname{tg} \theta r_2 = \frac{1}{a^2} \operatorname{tg} \xi_e \quad (4.3-12)$$

De (4.3-9) y (4.3-10) se conoce $\operatorname{tg} \theta r_2$ y de (4.3-12), $\operatorname{tg} \xi_e$; por lo tanto:

$$\operatorname{tg} \theta r_2 = \frac{\sin \theta_i}{\sqrt{n_e^2 - a^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (4.3-13)$$

$$\operatorname{tg} \xi_e = \frac{a \sin \theta_i}{\sqrt{n_o^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad (4.3-14)$$

Se comprueba que los valores obtenidos para el rayo extraordinario del caso B, se obtienen de los valores para el rayo extraordinario del caso A con solo intercambiar los valores de los índices de refracción.

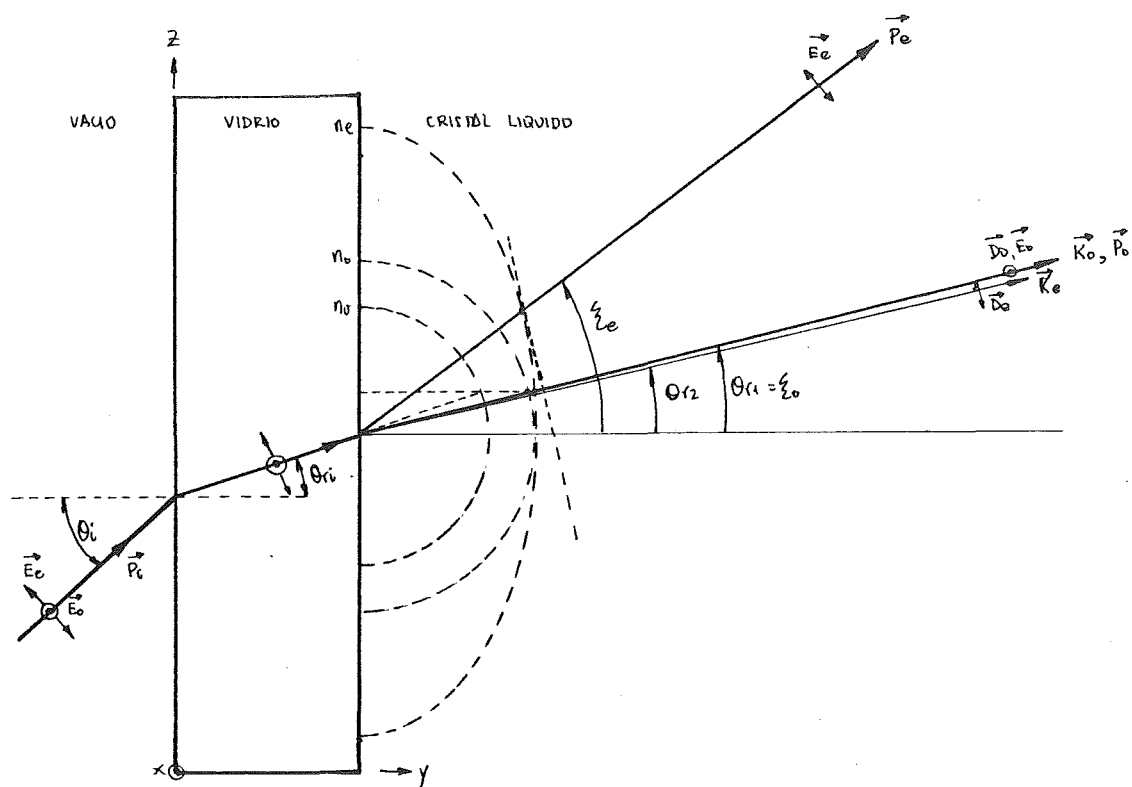


Fig. 4.3.3

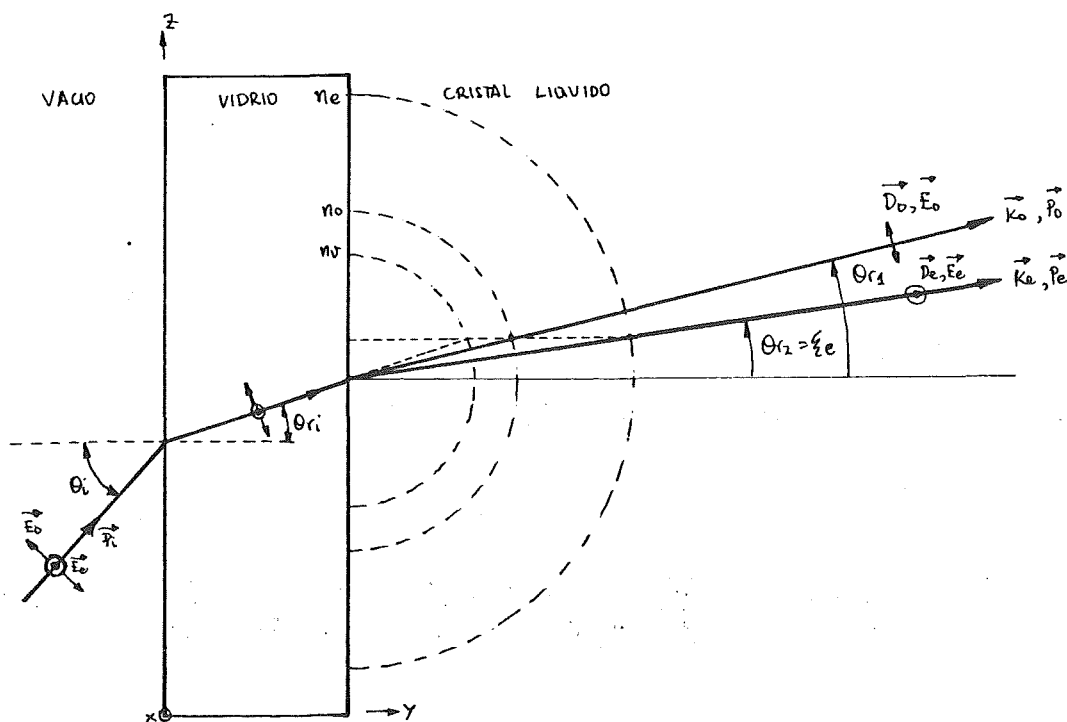


Fig. 4.3.4

C) ORIENTACION HOMOGENEA PERPENDICULAR

De acuerdo con la geometría de la fig. (4.3.4).

Siendo los mismos ángulos e índices de refracción que los definidos en los casos anteriores.

Para el rayo ordinario (polarizado perpendicular al eje x) y repitiendo los procedimientos ya vistos en A) y B),

$$\text{sen } \theta_{r_1} = \frac{\text{sen } \theta_i}{n_o} \quad (4.3-15)$$

Para el rayo extraordinario (polarizado según el eje x)

$$\text{sen } \theta_{r_2} = \frac{\text{sen } \theta_i}{n_e} \quad (4.3-16)$$

Los ángulos de refracción de los vectores de Poynting (respecto al eje y) son:

$$\text{tg } \theta_{r_1} = \text{tg } \xi_o = \frac{\text{sen } \theta_i}{\sqrt{n_o^2 - \text{sen}^2 \theta_i}} \quad (4.3-17)$$

$$\text{tg } \theta_{r_2} = \text{tg } \xi_e = \frac{\text{sen } \theta_i}{\sqrt{n_e^2 - \text{sen}^2 \theta_i}} \quad (4.3-18)$$

4.4.1. DEFLEXION DE UNA RADIACION LUMINOSA POR ESTRUCTURAS CILINDRICAS DE CRISTAL LIQUIDO ESMECTICO -A, TRATADO HOMEOTROPICAMENTE

Los cristales líquidos del tipo esméctico -A se caracterizan porque $\text{rot } \hat{n} = 0$ (ref.24), es decir su densidad de energía libre queda reducida al término de la divergencia

$$F = \frac{1}{2} K_1 (\text{div } \hat{n})^2$$

El caso particular de la estructura cilíndrica con tratamiento homeotrópico ha sido estudiado en las refs. (28 y 30) y

tiene como solución una orientación molecular, tal que el cristal líquido forma capas concéntricas y sus moléculas están siempre perpendiculares a las paredes.

De una forma matemática

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = 0 \\ \theta = \pi/2 \end{array} \right\} \quad \forall \theta \quad \text{y} \quad \forall r$$

En la fig. 4.4.1.1 se muestra la orientación en el plano X, Y.

A continuación se pasa a estudiar la trayectoria del rayo extraordinario (polarización paralela al plano X, Y).

El método empleado es similar al propuesto por Grandjean (ref. 59) para el estudio de líquidos anisótropos, es decir por medio del principio de Fermat aplicado a medios anisótropos, ya comentado al principio de este capítulo.

Se ha adoptado la configuración geométrica mostrada en la Fig 4.4.1.2 para la resolución de la trayectoria.

El principio de Fermat aplicado a medios anisótropos es:

$$\delta \int n_R ds_R = 0 \quad (4.4.1-1)$$

siendo

n_R = índice de refracción de rayo

ds_R = elemento diferencial de longitud de la trayectoria del rayo
o vector de Poynting

Sus expresiones matemáticas son:

$$n_R^2(\xi) = n_o^2 \cos^2 \xi + n_e^2 \sin^2 \xi$$

$$(ds_R)^2 = (dr)^2 + (rd\phi)^2$$

ξ = ángulo formado por ds_R y \hat{n} (director), siendo

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{rd\phi}{dr}$$

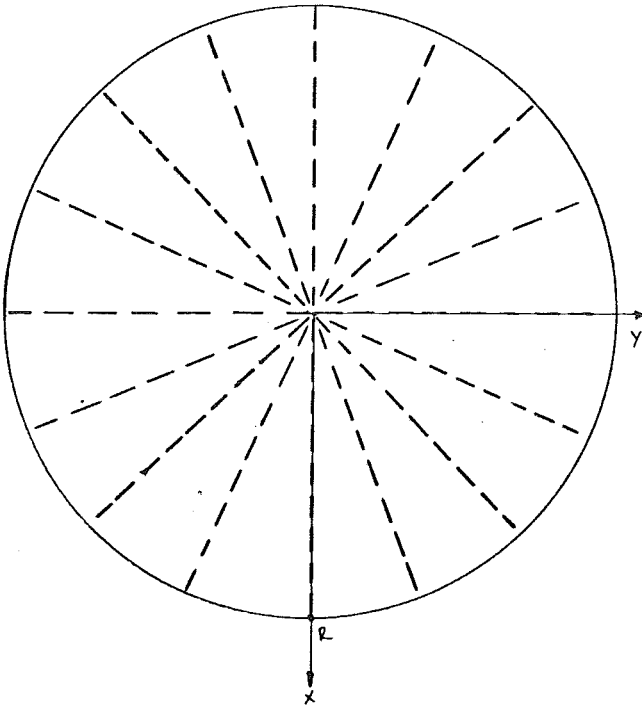


Fig. 4.4.1.1

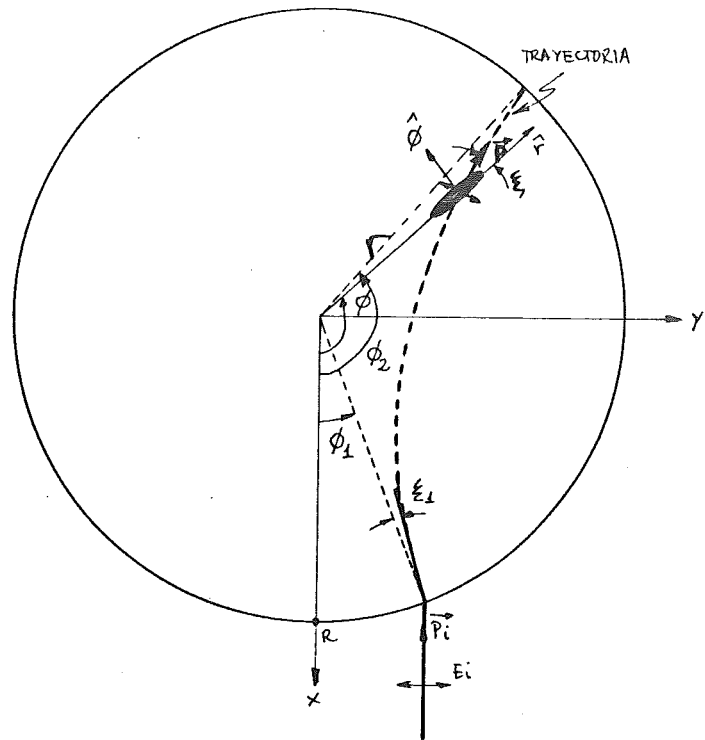


Fig 4.4.1.2

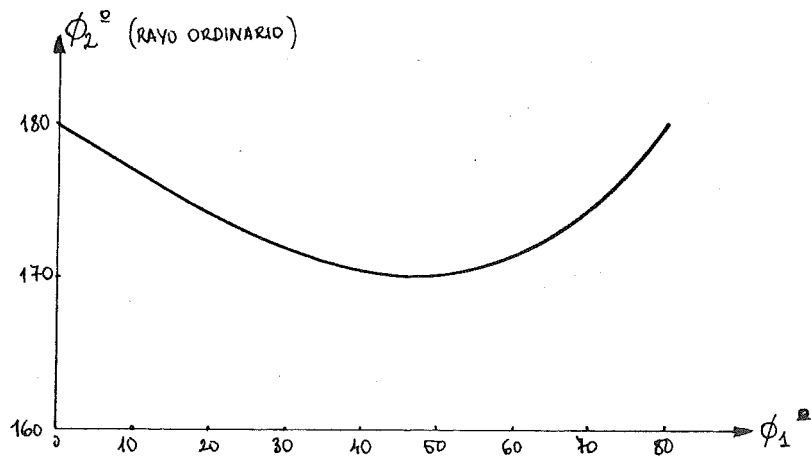


Fig. 4.4.1.6

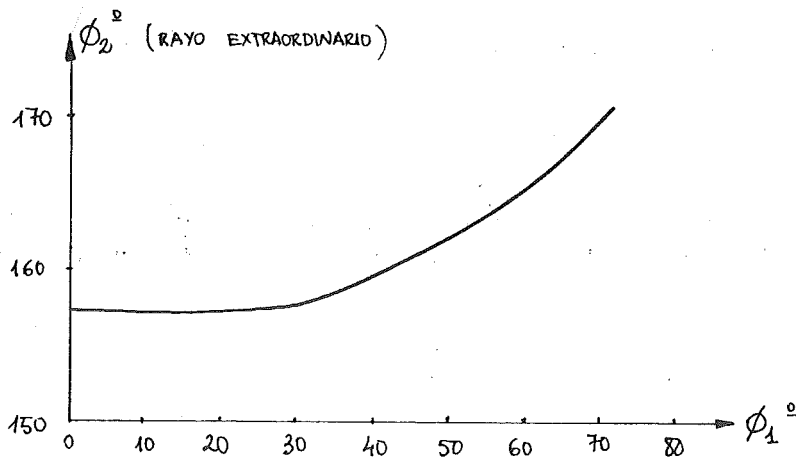


Fig 4.4.1.5

Por lo tanto, la expresión queda de la forma:

$$\delta \int n_o \sqrt{1 + a^2 (r\dot{\phi})^2} dr = 0 \quad (4.4.1-2)$$

donde

$$a = n_e/n_o \quad \text{y} \quad \dot{\phi} = d\phi/dr$$

Aplicando la relación de Euler del cálculo variacional a la expresión (4.4.1-2), es decir

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{\partial \left(n_o \sqrt{1 + a^2 (r\dot{\phi})^2} \right)}{\partial \dot{\phi}} \right] - \frac{\partial \left(n_o \sqrt{1 + a^2 (r\dot{\phi})^2} \right)}{\partial \phi} = 0 \quad (4.4.1-3)$$

se obtiene

$$\frac{n_o a^2 r^2 \dot{\phi}}{\sqrt{1 + a^2 (r\dot{\phi})^2}} = \text{cte} \quad (4.4.1-4)$$

Para un rayo incidente en (R, ϕ_1) , que se propaga paralelo al eje x se cumple

$$-\text{tg } \xi_1 = r\dot{\phi} \Big|_{r=R} \quad (4.4.1-5)$$

ξ_1 está definido en la fig. (4.4.1.2)

ϕ_1 está definido en la fig. (4.4.1.2)

R = radio del capilar

Mediante las expresiones (4.4.1-4) y (4.4.1-5) se llega a

$$\frac{-n_o a^2 R \text{tg } \xi_1}{\sqrt{1 + a^2 \text{tg}^2 \xi_1}} = \text{cte} \quad (4.4.1-6)$$

Por otra parte, en el apartado de este capítulo dedicado a las refracciones en los contornos de medios anisótropos, se estudió el caso correspondiente a la orientación homeotrópica, encontrándose que para un ángulo de incidencia igual a ϕ_1 (este caso) se cumple

$$\operatorname{tg} \xi_1 = \frac{\operatorname{sen} \phi_1}{a \sqrt{n_e^2 - \operatorname{sen}^2 \phi_1}} \quad (4.4.1-7)$$

Mediante las expresiones (4.4.1-6) y (4.4.1-7) se obtiene:

$$\operatorname{cte} = \bar{r} R \operatorname{sen} \phi_1$$

Conociendo el valor de la constante y despejando $\dot{\phi}$ de la expresión (4.4.1-4) se obtiene:

$$\dot{\phi} = \frac{\bar{r} R \operatorname{sen} \phi_1}{a r \sqrt{n_e^2 r^2 - R^2 \operatorname{sen}^2 \phi_1}} \quad (4.4.1-9)$$

La distancia mínima de la trayectoria al centro del capilar (r_{MIN}) viene dada por la ecuación

$$\dot{\phi} \Big|_{r_{\text{MIN}}} = \infty$$

Por lo tanto de (4.4.1-9) se obtiene:

$$r_{\text{MIN}} = \frac{R \operatorname{sen} \phi_1}{n_e} \quad (4.4.1-10)$$

La trayectoria se obtiene integrando la ecuación diferencial, expresada en (4.4.1-a), en dos tramos; el primero desde $r=R$ hasta $r=r_{\text{MIN}}$ ($\operatorname{Cte} < 0$) y el segundo desde $r=r_{\text{MIN}}$ hasta $r=r$ ($\operatorname{Cte} > 0$).

La solución para la trayectoria viene dada por:

$$r = \frac{R}{\cos \left[a(\phi - \phi_1) \right] + \sqrt{\frac{n_e^2}{\operatorname{sen}^2 \phi_1} - 1} \left(\operatorname{sen} \left[a(\phi - \phi_1) \right] \right)} \quad (4.4.1-11)$$

Con objeto de simplificar la expresión anterior se define:

$$\operatorname{tg} (a \omega_1) = \frac{1}{\sqrt{\frac{n_e^2}{\operatorname{sen}^2 \phi_1} - 1}} \quad (4.4.1-12)$$

REYES EXTERIORES

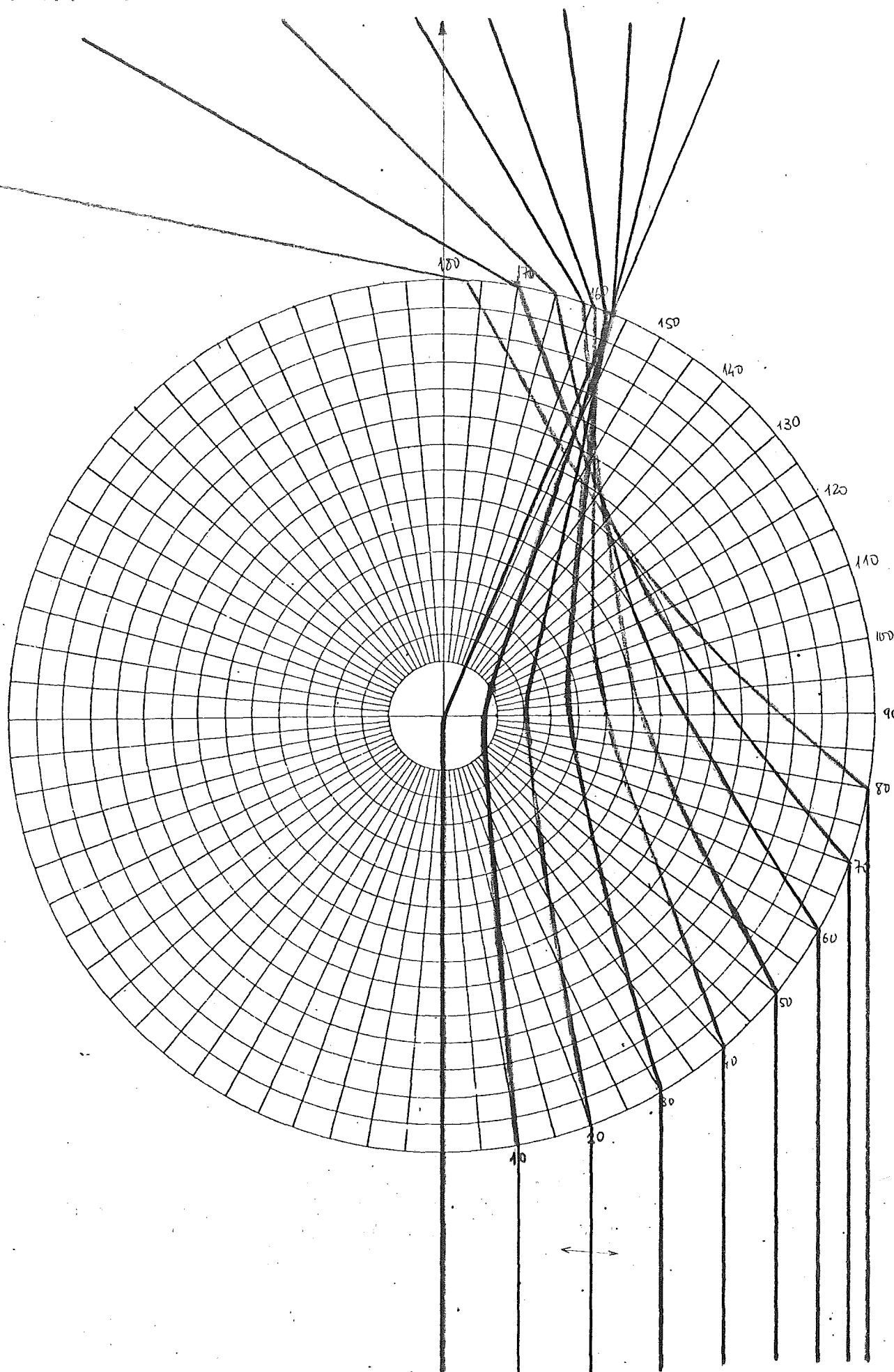


Fig. 4.4.1.3

Quedando (4.4.1-11) reducida a la sencilla expresión:

$$r = \frac{r_{\text{MIN}}}{\text{sen}[a[\phi - \phi_1 + \omega_1]]} \quad (4.4.1-13)$$

La ecuación $r=R$ proporciona los ángulos de entrada y salida de la trayectoria

$$\begin{cases} \phi(\text{ENTRADA}) = \phi_1 \\ \phi(\text{SALIDA}) = \phi_2 = \frac{\pi}{a} + \phi_1 - 2\omega_1 \end{cases} \quad (4.4.1-14)$$

Por otra parte el ángulo que subtiende a r_{MIN} es:

$$\phi \Big|_{r_{\text{MIN}}} = \phi_{\text{MIN}} = \phi_1 + \frac{\pi}{2a} - \omega_1 \quad (4.4.1-15)$$

El camino óptico (tiempo transcurrido) para cada trayectoria es:

$$C = \int n ds \quad (4.4.1-16)$$

siendo

n = índice de refracción de fase

ds = elemento de longitud del vector de onda

Como ya se ha demostrado al principio de este capítulo, este camino óptico se puede calcular por medio de la integral ya conocida

$$C = \int n_R ds_R \quad (4.4.1-17)$$

Por lo tanto se tiene que

$$C = 2 \int_{r_{\text{MIN}}}^R n_o \sqrt{1 + a^2 (r\dot{\phi})^2} dr \quad (4.4.1-18)$$

Sustituyendo la expresión (4.4.1-9) en (4.4.1-18) se llega a la integral

$$C = 2 \int_{r_{\text{MIN}}}^R \frac{r n_o n_e}{\sqrt{n_e^2 r^2 - R^2 \text{sen}^2 \phi_1}} dr \quad (4.4.1-1a)$$

que resulta, proporciona para cada trayectoria su camino óptico, en función de su ángulo de entrada ϕ_1

$$C = \frac{2R}{a} \sqrt{n_e^2 - \sin^2 \phi_1} \quad (4.4.1-20)$$

Resulta sorprendente el comportamiento de una radiación (polarizada paralela al plano X,Y) que propagándose en el sentido contrario del eje x, incide con un ángulo $\phi_1 = 0$. Lo normal sería esperar que su ángulo de salida fuese $\phi_2 = \pi$, sin embargo se obtiene según el estudio aquí realizado que $\phi_2 = \pm \pi/a$. Este efecto, predicho por Grandjean, ha sido comprobado experimentalmente por Cladis y White (ref. 30).

Se han aplicado estos resultados teóricos al caso particular del cristal líquido esméctico (CB00A), que posee unos índices de refracción $n_e = 1.75$ y $n_o = 1.53$ con $R = 160 \mu m$. Las trayectorias obtenidas se muestran en la fig. (4.4.1.3). La obtención de los valores de cada punto de la trayectoria se ha realizado por medio de un programa (mostrado en el apéndice B) para la calculadora programable TI-59.

Por otra parte, la trayectoria del rayo ordinario (polarizado perpendicularmente al plano X,Y) en una recta, ya que el capilar se comporta como un medio isótropo con un índice de refracción igual a n_o .

El principio de Fermat queda reducido a:

$$\delta \int n_o \sqrt{1 + (r\dot{\phi})^2} dr = 0 \quad (4.4.1-21)$$

Aplicándole la ecuación de Euler del cálculo variacional se llega (para las mismas condiciones de contorno que en el caso anterior) a la ecuación diferencial:

$$\dot{\phi} = \frac{R \sin \phi_1}{r \sqrt{n_o^2 r^2 - R^2 \sin^2 \phi_1}} \quad (4.4.1-22)$$

La distancia mínima de la trayectoria al centro de la estructura

es:

$$r_{\text{MIN}} = \frac{R \sin \phi_1}{n_o} \quad (4.4.1-23)$$

La trayectoria obtenida al resolver (4.4.1-22) de una forma similar al caso anterior es:

$$r = \frac{r_{\text{MIN}}}{\sin [\phi - \phi_1 + \omega_1]} \quad (4.4.1-24)$$

donde

$$\omega_1 = \arctg \frac{r_{\text{MIN}}}{\sqrt{R^2 - r_{\text{MIN}}^2}}$$

La trayectoria expresada en (4.4.1-24) es una recta como cabía esperar.

La ecuación $r=R$ proporciona los ángulos de entrada y salida de la trayectoria

$$\begin{cases} \phi(\text{ENTRADA}) = \phi_1 \\ \phi(\text{SALIDA}) = \phi_2 = \pi + \phi_1 - 2\omega_1 \end{cases} \quad (4.4.1-25)$$

Por otra parte el ángulo que subtiende a r_{MIN} es:

$$\phi \Big|_{r_{\text{MIN}}} = \phi_{\text{MIN}} = \phi_1 + \pi/2 - \omega_1 \quad (4.4.1-26)$$

su camino óptico se calcula siguiendo los pasos del caso anterior, resultando ser

$$C = 2R \sqrt{n_o^2 - \sin^2 \phi_1} \quad (4.4.1-27)$$

Se han aplicado estos resultados teóricos al caso particular del cristal líquido esméctico (CB00A), que posee unos índices de refracción $n_e = 1.75$ y $n_o = 1.53$ con $R = 160 \mu\text{m}$. Las trayectorias obtenidas para los rayos ordinarios se muestran en la fig. (4.4.1-4). La obtención de los valores para cada punto de la trayectoria se ha realizado por medio del programa mostrado en el apén

RATOS ORDINARIOS

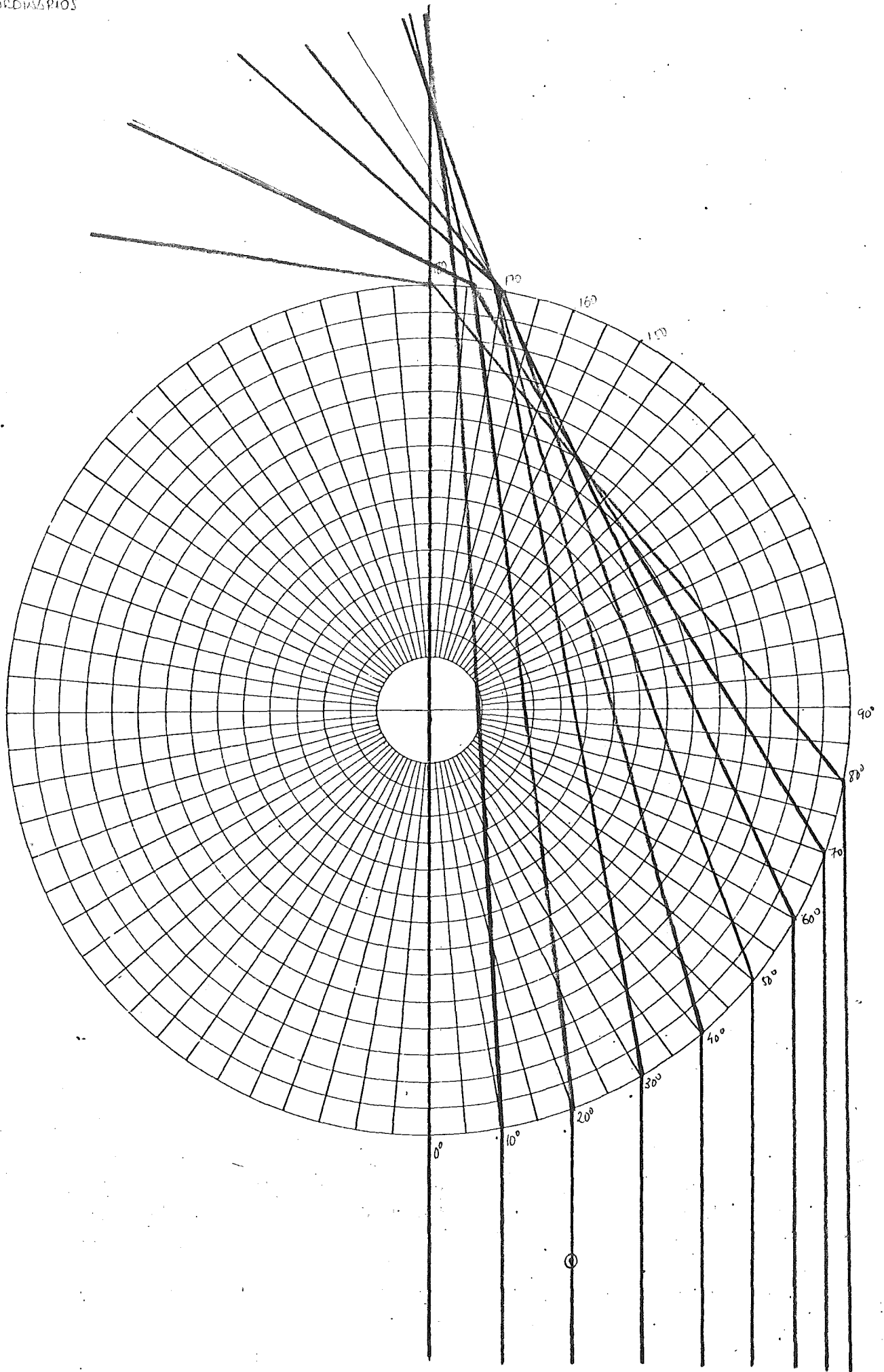


Fig 4.4.1.4

dice B para la calculadora programable TI-59.

En las fig. (4.4.1-5) y (4.4.1-6) se muestran los ángulos de salida de los rayos extraordinarios y ordinarios, en función del ángulo de entrada.

La Fig. (4.4.1-5) muestra un comportamiento interesante de los rayos extraordinarios. Para ángulos de entrada comprendidos entre 0° y 30° todos los rayos van a parar al mismo punto de salida ($R, 175.5^\circ$). Es la primera vez que se da un resultado teórico concordante con los resultados experimentales de Cladis y White (Ref. 30) y Cladis (Ref. 28) respecto a esta propiedad de los esmécticos en capilares.

4.4.2. DEFLEXION DE UNA RADIACION LUMINOSA POR UNA ESTRUCTURA CILINDRICA DE CRISTAL LIQUIDO NEMATICO, TRATADA HOMEOTROPICAMENTE.

El alineamiento del cristal líquido nemático en estructuras cilíndricas con tratamiento homeotrópico ya ha sido estudiado en el capítulo III de este trabajo.

Basandose en los resultados allí obtenidos se pasa a estudiar las deflexiones de una radiación luminosa a su paso por dicha estructura.

Se supondrán rayos incidentes paralelos al eje x (perpendicularmente al eje del capilar, z). De acuerdo con la figura 4.4.2.1, cada rayo se caracterizará por su ángulo de entrada ϕ_1 y por su polarización (paralela o perpendicular al eje del capilar).

De acuerdo con el análisis de la esfera de Poincaré, se pasará a analizar el comportamiento en el contorno.

Para el alineamiento sin campos magnéticos externos:

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \frac{r}{R} \quad (4.4.2-1)$$

El paso necesario para el cálculo a desarrollar, y cuyo sentido se vió en 4.2.1, es en el punto de incidencia:

$$p = \frac{2\pi}{d\theta/dx} = \frac{2\pi R}{\cos \phi_1} \quad (4.4.2-2)$$

El incremento efectivo del índice de refracción es:

$$\Delta n = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_e^2 \cos^2 \mu + n_o^2 \sin^2 \mu}} - n_o \quad \left| \begin{array}{l} \mu \text{ en el entorno} \end{array} \right. \quad (4.4.2-3)$$

donde μ es el ángulo formado por el vector de onda y el director

De acuerdo con el apartado 4.3, para este caso:

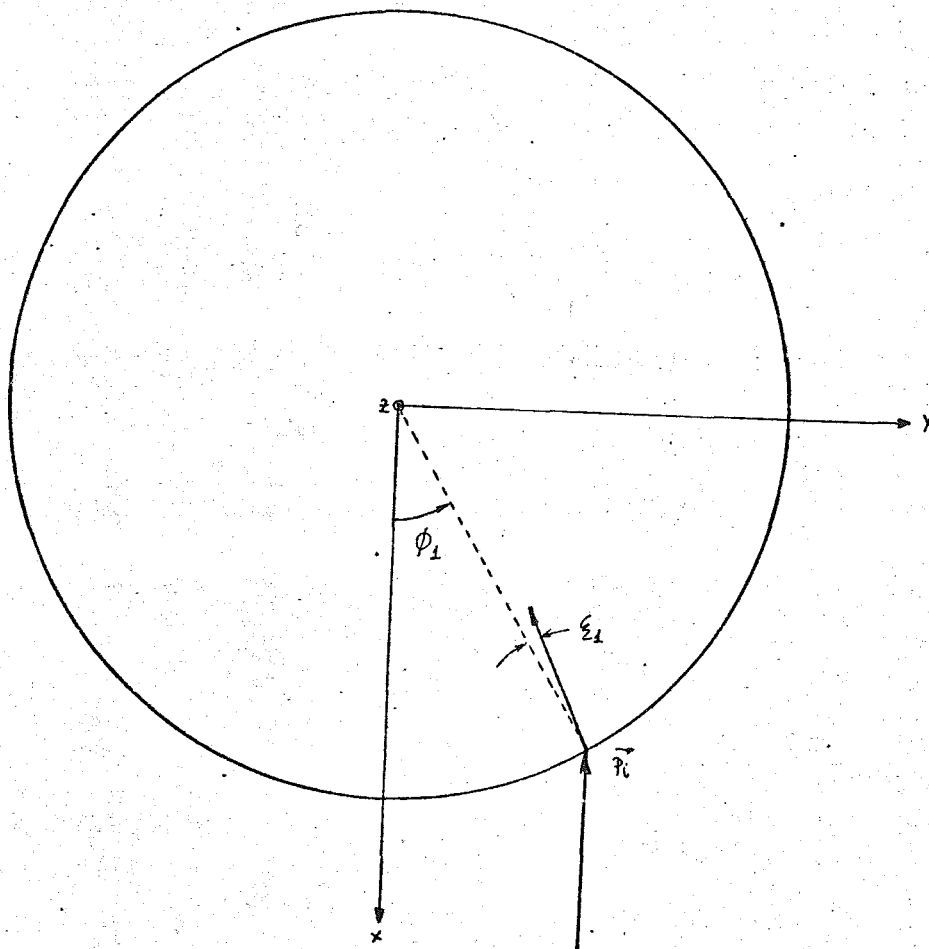


Fig. 4.4.2.1

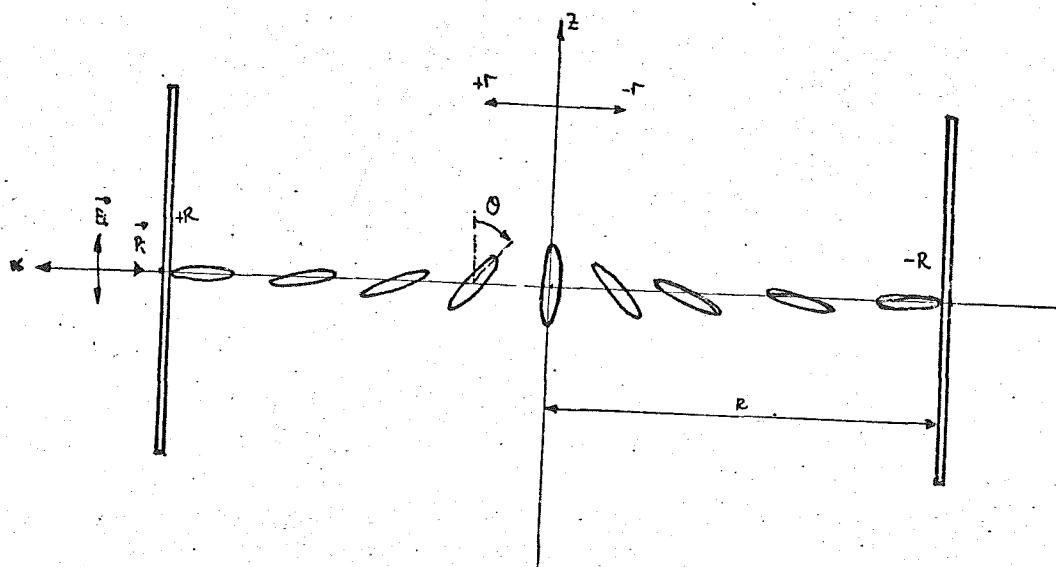


Fig. 4.4.2.2

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{a \operatorname{sen} \phi_1}{\sqrt{n_e^2 - \operatorname{sen}^2 \phi_1}} \quad (a = n_e/n_o) \quad (4.4.2-4)$$

Sustituyendo (4.4.2-4) en (4.4.2-3) se llega a

$$\Delta n = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{a^2}\right) \operatorname{sen}^2 \phi_1 + n_o^2} - n_o \quad (4.4.2-5)$$

que se puede aproximar por

$$\Delta n \approx \frac{n_o}{2} \left(\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} \right) \operatorname{sen}^2 \phi_1 = \left(\frac{n_e^2 - n_o^2}{n_o^2 n_e^2} \right) \frac{\operatorname{sen}^2 \phi_1}{2} \quad (4.4.2-6)$$

Por lo tanto el ángulo ω característico de la esfera de Poincaré (definido en 4.2.1) vale para este caso

$$\omega = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2\lambda}{p \Delta n} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\lambda \cos \phi_1}{\pi R \left(\frac{n_e^2 - n_o^2}{n_o^2 n_e^2} \right) \frac{\operatorname{sen}^2 \phi_1}{2}} \quad (4.4.2-7)$$

Como ya se explicó en 4.2.1, la aproximación de Maugin (polarización contenida siempre en el plano formado por el director y el vector de Poynting o polarización perpendicular siempre al plano formado por el director y el vector de Poynting) es válida para ángulos ω pequeños.

De la expresión (4.4.2-7) puede inferirse la existencia de zonas en el capilar cuyo comportamiento es radicalmente diferente.

- 1) zona donde ω es grande
- 2) zona donde ω es pequeño

La zona intermedia, al no quedar claramente definida, no será analizada en el presente trabajo. La información que, por otra parte, proporcionaría, no es lo suficientemente interesante como para justificar su inclusión aquí.

La separación entre estas dos zonas se puede calcular tomando un ω medio igual a 45°

$$\omega_{\text{MEDIO}} = 45^\circ$$

De 4.4.2-7, se obtiene el ángulo ϕ_{1M} que divide estas zonas

$$\operatorname{tg} \omega_{\text{MEDIO}} = 1 \Rightarrow \frac{\lambda \cos \phi_{1M}}{\pi R \left(\frac{n_e^2 - n_o^2}{n_o n_e} \right) \frac{\sin^2 \phi_{1M}}{2}} = 1 \quad (4.4.2-8)$$

Por tanto

$$\phi_{1M} = \arccos \left[\frac{\sqrt{1 + 4 \left(\frac{\pi R (n_e^2 - n_o^2)}{2 \lambda n_o n_e} \right)^2} - 1}{\frac{\pi R (n_e^2 - n_o^2)}{\lambda (n_o n_e)}} \right] \quad (4.4.2-9)$$

En un caso típico $R = 160 \mu\text{m}$, $n_e = 1.80$, $n_o = 1.6$ y $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$, $\phi_{1M} = 7.1^\circ$. Por lo tanto estas dos zonas se caracterizan por:

- 1) Para ángulos $\phi_1 \approx 0$, ω es grande y se puede distinguir dos casos:

- 1a) Polarización paralela al eje del capilar, en cuyo caso el índice de refracción de fase es, para ($\phi_1 = 0$):

$$n_{\parallel}(1) = \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_e^2 \sin^2 \theta + n_o^2 \cos^2 \theta}} \quad (4.4.2-10)$$

La polarización de salida será paralela al eje z.

- 1b) Polarización perpendicular al eje del capilar, en cuyo caso el índice de refracción es

$$n_{\perp}(1) = n_o \quad (4.4.2-11)$$

La polarización de salida será perpendicular al eje z.

- 2) Para ángulos ϕ_1 mayores que ϕ_{1M} (hasta $\pi/2$), ω es pequeño y por lo tanto se puede utilizar la teoría de Maugin (explicada en el apartado 4.2.1), distinguiendo dos casos

- 2a) Polarización paralela al eje del capilar, en cuyo caso el índice de refracción es siempre

$$n_{\parallel}(2) = n_o \quad (4.4.2-12)$$

porque la polarización siempre es perpendicular al plano formado por el vector de Poynting y el director. La polarización de salida será, por ello, paralela al eje del capilar.

- 2b) Polarización perpendicular al eje del capilar. En este caso, de acuerdo con la teoría de Maugin, la polarización estará siempre en el plano formado por el vector de Poynting y el director, por lo tanto el índice de refracción de rayo (que es el que interesa conocer para aplicar el principio de Fermat) vendrá dado por:

$$n_r = \sqrt{n_e^2 \sin^2 \xi + n_o^2 \cos^2 \xi} \quad (4.4.2-13)$$

donde ξ es el ángulo formado por el director y el vector de Poynting.

La polarización de salida será perpendicular al eje del capilar.

La zona intermedia entre la 1) y 2) correspondiente a los alrededores de ϕ_{1M} se comporta como estructura despolarizante y aunque la polarización de entrada sea paralela o perpendicular al eje del capilar, la polarización de salida será aproximadamente circular, y en ocasiones opuesta a la de entrada.

Estas dos zonas 1) y 2) son las que aparecen en los interferogramas de Mach-Zehnder, quedando con todo lo anterior explicado porque aparecen dos zonas con diferentes índices de refracción y por tanto con diferentes desplazamientos de franjas.

En el caso de aplicar un campo magnético axial, en el contorno se cumple que

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \left(\frac{r}{R}\right) \sqrt{1 + (R/\xi_H)^2} \quad (4.4.2-14)$$

Por lo tanto el paso viene dado por

$$p = \frac{2\pi}{d\theta/dx} = \frac{2\pi R}{\sqrt{1 + (R/\xi_H)^2} \cos \phi_1} \approx \frac{2\pi \xi_H}{\cos \phi_1} \quad \text{para} \\ (R/\xi_H \gg 1) \quad (4.4.2-15)$$

Sustituyendo este valor en ω , se obtiene que ϕ_{1M} aumenta con el campo magnético axial, como se ha comprobado experimentalmente en la interferometría Mach-Zehnder.

Se pasará a continuación a estudiar las deflexiones en cada caso.

En el caso 1a) para polarización paralela al eje del capilar, de acuerdo con la geometría de la fig. 4.4.2.2 (que muestra un corte transversal del capilar por el plano x, z) se supondrá que el rayo incidente, polarizado según el eje del capilar (z), se propaga en el sentido negativo del eje x . En este caso, el vector de onda siempre es paralelo al eje x y la polarización siempre se mantiene en el plano x, z .

De acuerdo con lo explicado en 4.2, si el vector de onda forma un ángulo μ con el director, entonces el ángulo formado por el vector de Poynting con el director (ξ) viene dado por:

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{1}{a^2} \operatorname{tg} \mu \quad (4.4.2-16)$$

$$a = n_e/n_o$$

En este caso $\mu = \pi/2 - \theta$ y por lo tanto el ángulo formado por el vector de Poynting con el eje x , es $\frac{\pi}{2} - \theta - \xi$, que viene dado por:

$$\operatorname{tg}(\pi/2 - \theta - \xi) = \frac{\operatorname{tg}(\pi/2 - \theta) - \operatorname{tg} \xi}{1 + \operatorname{tg}(\pi/2 - \theta) \operatorname{tg} \xi} = \frac{(n_e^2 - n_o^2) \operatorname{sen} \theta \cos \theta}{n_e^2 \operatorname{sen}^2 \theta + n_o^2 \cos^2 \theta} \quad (4.4.2-17)$$

La trayectoria seguida por el rayo, será la del vector de Poynting y por tanto vendrá dada por $z(r)$, donde

$$\frac{dz}{dr} = \operatorname{tg} (\pi/2 - \theta - \xi) = \frac{(a^2 - 1) \operatorname{sen} \theta \cos \theta}{a^2 \operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta} \quad (4.4.2-18)$$

Cuando no existe campo magnético aplicado

$$\operatorname{tg} \theta/2 = \frac{r}{R}$$

(en este caso r coincide con x)

De aquí se obtiene

$$\frac{dz}{d\theta} = \left(\frac{dz}{dr} \right) \left(\frac{R}{1 + \cos \theta} \right) \quad (4.4.2-19)$$

Por lo tanto $0 \leq r \leq R$

$$z(r) = \int_{\pi/2}^{\theta} R \frac{(a^2 - 1) \operatorname{sen} \theta' \cos \theta'}{(a^2 \operatorname{sen}^2 \theta' + \cos^2 \theta')(1 + \cos \theta')} d\theta' \quad (4.4.2-20)$$

y para $-R \leq r \leq 0$

$$\begin{aligned} z(r) = & \int_{\pi/2}^0 R \frac{(a^2 - 1) \operatorname{sen} \theta' \cos \theta'}{(a^2 \operatorname{sen}^2 \theta' + \cos^2 \theta')(1 + \cos \theta')} d\theta' + \\ & + \int_0^{-\theta} R \frac{-(a^2 - 1) \operatorname{sen} \theta' \cos \theta'}{(a^2 \operatorname{sen}^2 \theta' + \cos^2 \theta')(1 + \cos \theta')} d\theta' \quad (4.4.2-21) \end{aligned}$$

Esta trayectoria se ha calculado para el caso del nemático Fase 5 con $R=160 \mu\text{m}$, $n_e=1.86$, $n_o=1.6$, mostrándose en la fig. 4.4.2.3. El programa utilizado para conocer esta trayectoria se muestra en el apéndice D, habiendo sido realizado con la calculadora programable TI-59.

La dirección del rayo de salida es la misma que el de entrada, es decir el eje x , porque

$$\left. \frac{dz}{dr} \right|_{r=R} = 0$$

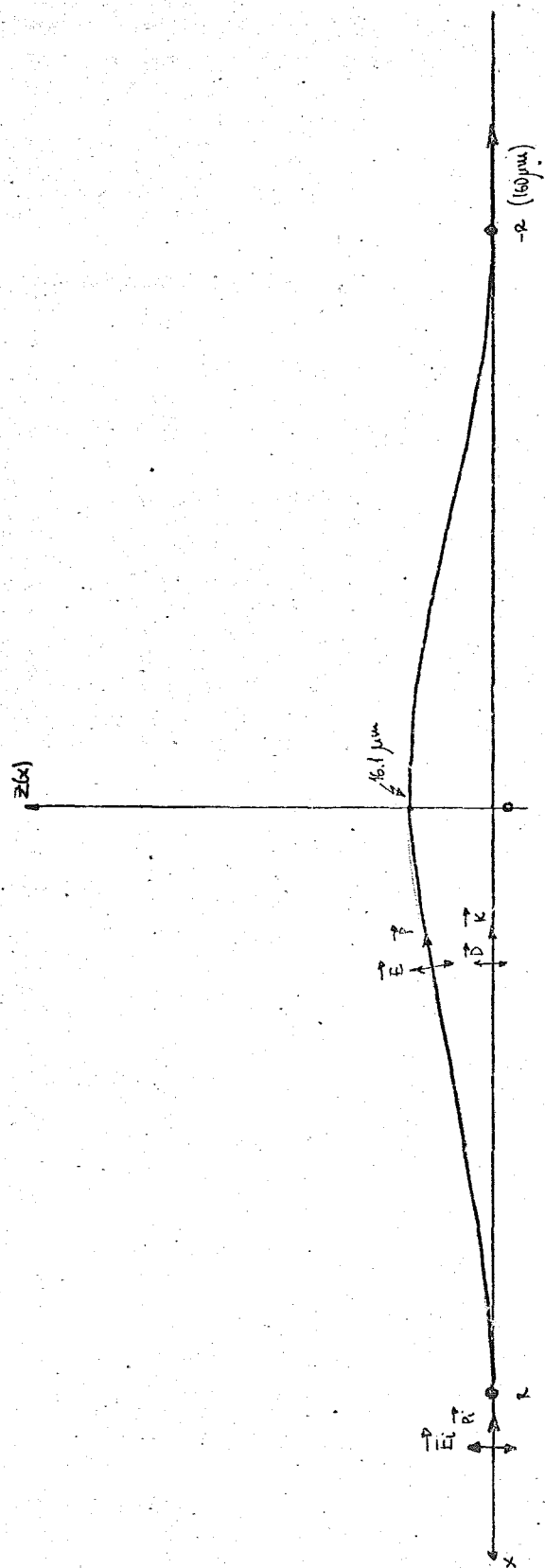


Fig. 4.4.2.3

Cuando se aplica el campo magnético axial, la expresión (4.4.2-19) queda modificada y por tanto las integrales (4.4.2-21) y (4.4.2-21) quedan modificadas. Este estudio se ha realizado obteniéndose una menor elevación de la trayectoria, sobre el eje x , conforme aumenta el campo magnético aplicado. En el límite de campo magnético axial infinito, la trayectoria queda reducida a una recta que coincide con el eje x .

Debido a que no se obtiene deflexión del rayo de salida, se ha considerado que queda fuera del contexto de este trabajo y por lo tanto no se muestra aquí.

En el caso 1b) para polarización perpendicular al eje del capilar, el índice de refracción es siempre n_o y por lo tanto la trayectoria será una recta que coincide con el eje x .

El estudio de la zona 2) se dividirá en dos partes.

En el caso 2a) la polarización es paralela al eje del capilar y de acuerdo con (4.4.2-12) el índice de refracción es n_o . Por lo tanto las trayectorias son rectas. Este caso ya se ha estudiado en el apartado 4.4.1, obteniéndose que las trayectorias vienen dadas por la expresión (4.4.1-24):

$$r = \frac{r_{\text{MIN}}}{\sin[\phi - \phi_1 + \omega_1]} \quad (\phi > \phi_{1M}) \quad (4.4.2-22)$$

donde

$$r_{\text{MIN}} = \frac{R \sin \phi_1}{n_o}$$

$$\omega_1 = \arctg \frac{r_{\text{MIN}}}{\sqrt{R^2 - r_{\text{MIN}}^2}}$$

En la fig. 4.4.2.4 se representan estas trayectorias para el nemático FASE 5 ($R = 160 \mu\text{m}$ y $n_o = 1.6$).

La aplicación de un campo magnético axial no altera estas trayectorias.

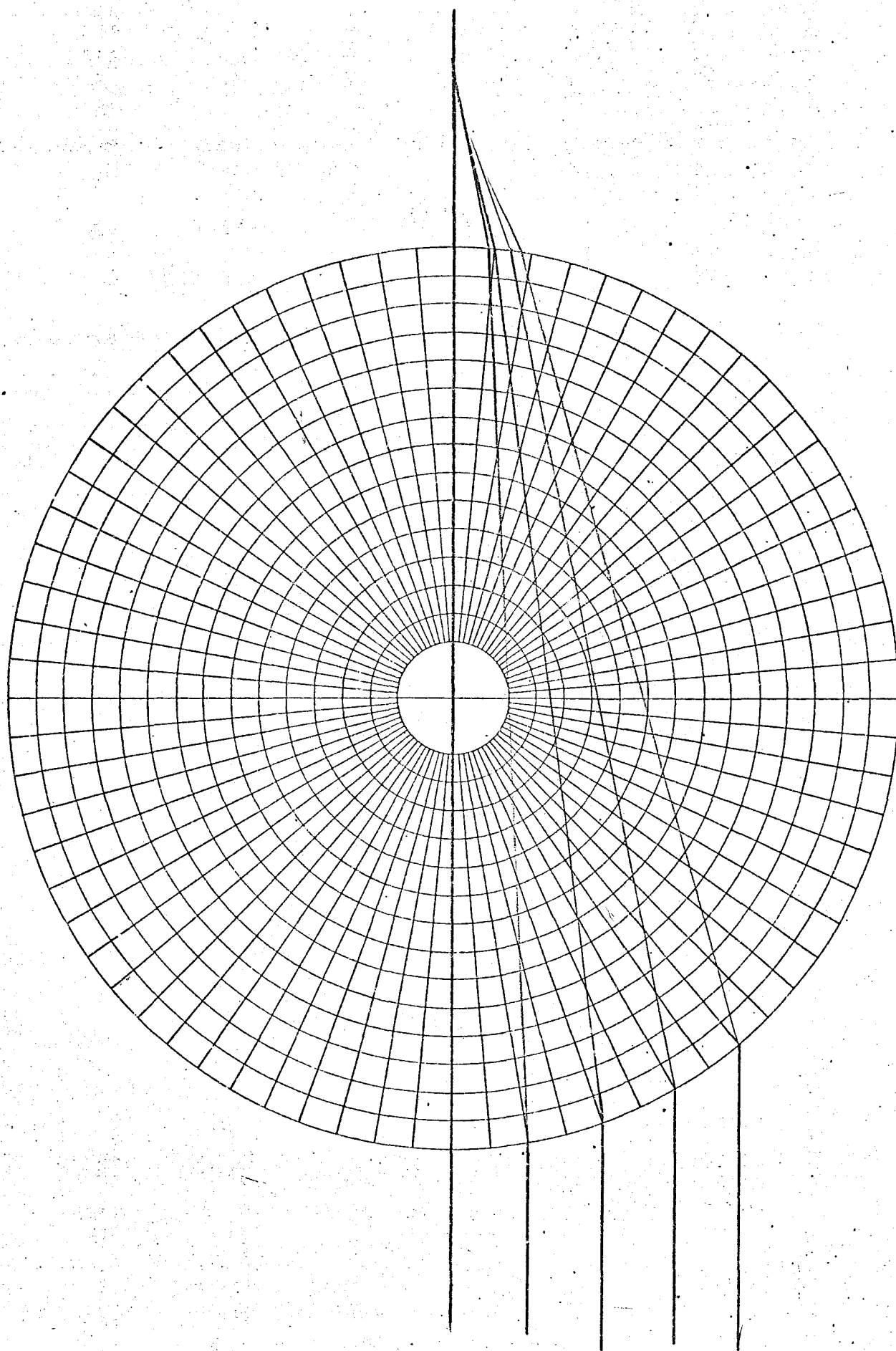


Fig. 4.4.24

En el caso 2) para polarización perpendicular al eje del capilar, se sabe por (4.4.2-13) que el índice de refracción de rayo es:

$$n_r = \sqrt{n_e^2 \sin^2 \xi + n_o^2 \cos^2 \xi} \quad (4.4.2-23)$$

siendo ξ es el ángulo formado por el vector de Poynting y el director.

Se usará la geometría mostrada en la fig. 4.4.2.1. El director (\hat{n}) está en el plano (\hat{r}, \hat{z}), siendo θ el ángulo formado por \hat{n} y \hat{z} . Por otra parte la diferencial de la trayectoria (ds_r) del rayo o vector de Poynting viene dada por:

$$ds_r = \sqrt{(dr)^2 + (rd\phi)^2 + (dz)^2} \quad (4.4.2-24)$$

El principio de Fermat aplicado a medio anisótropos es:

$$\delta \int n_r ds_r = 0 \quad (4.4.2-25)$$

Sustituyendo n_r y ds_r en (4.4.2-25), y tras las pertinentes sustituciones y simplificaciones el principio de Fermat que da en la forma:

$$\delta \int n_o \sqrt{(\sin \theta + \dot{z} \cos \theta)^2 + a^2 (\cos^2 \theta + \dot{z}^2 \sin^2 \theta + (r\dot{\phi})^2 - \dot{z} \sin 2\theta)} dr = 0 \quad (4.4.2-26)$$

donde $a = n_e/n_o$, $\dot{z} = \frac{dz}{dr}$, $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dr}$, siendo $\theta = \theta(r)$.

Aplicando las ecuaciones de Euler del cálculo variacional

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\partial G}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial G}{\partial \phi} = 0 \quad (4.4.2-27a)$$

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\partial G}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \quad (4.4.2-27b)$$

siendo

$$G = n_o \sqrt{(\sin \theta + \dot{z} \cos \theta)^2 + a^2 (\cos^2 \theta + \dot{z}^2 \sin^2 \theta + (r\dot{\phi})^2 - \dot{z} \sin 2\theta)}$$

se obtienen:

$$\frac{n_o r^2 a^2 \dot{\phi}}{\sqrt{(\sin \theta + \dot{z} \cos \theta)^2 + a^2 (\cos^2 \theta + \dot{z}^2 \sin^2 \theta + (r\dot{\phi})^2 - \dot{z} \sin 2\theta)}} =$$

$$= \text{Cte}_1 \quad (4.4.2-28a)$$

$$\frac{n_o [\cos \theta (\sin \theta + \dot{z} \cos \theta) + a^2 \sin \theta (\dot{z} \cos \theta - \cos \theta)]}{\sqrt{(\sin \theta + \dot{z} \cos \theta)^2 + a^2 (\cos^2 \theta + \dot{z}^2 \sin^2 \theta + (r\dot{\phi})^2 - \dot{z} \sin 2\theta)}} =$$

$$= \text{Cte}_2 \quad (4.4.2-28b)$$

Para el caso de incidencia perpendicular a \hat{z} (paralela al eje x)

$$\dot{z} \Big|_{r=R} = 0 \quad \text{y} \quad \theta = \pi/2$$

Llevada esta condición a (4.4.2-28b) se obtiene

$$\text{Cte}_2 = 0$$

Por ello de (4.4.2-28b) se deduce:

$$\dot{z} = \frac{(a^2 - 1) \sin \theta \cos \theta}{a^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta} \quad (4.4.2-29)$$

Puede comprobarse que esta ecuación es idéntica a la expresión (4.4.2-18) confirmando la validez del análisis allí realizado.

Para un rayo que incide en el punto (R, ϕ_1) y que se propaga paralelamente al eje x se cumple

$$-\text{tg } \xi_1 = r\dot{\phi} \Big|_{r=R}, \quad \theta = \pi/2 \quad \text{y} \quad \dot{z} \Big|_{r=R} = 0$$

$$(4.4.2-30)$$

ξ_1 está definido en la fig. (4.4.2.1)

R = radio del capilar

De (4.4.2-28a) y (4.4.2-30) se obtiene

$$\frac{-n_o R a^2 \operatorname{tg} \xi_1}{\sqrt{1 + a^2 \operatorname{tg}^2 \xi_1}} = \operatorname{cte}_2 \quad (4.4.2-31)$$

Por otra parte en el apartado de este capítulo dedicado a las refracciones en los contornos de medios anisótropos, se estudió el caso correspondiente a la orientación homeotrópica, encontrándose que para un ángulo de incidencia igual a ϕ_1 (que es este caso) se cumple

$$\operatorname{tg} \xi_1 = \frac{\operatorname{sen} \phi_1}{a \sqrt{n_e^2 - \operatorname{sen}^2 \phi_1}} \quad (4.4.2-32)$$

Mediante las expresiones (4.4.2-31) y (4.4.2-32) se obtiene:

$$\operatorname{cte}_2 = \bar{+} R \operatorname{sen} \phi_1 \quad (4.4.2-33)$$

Sustituyendo el valor de \dot{z} (expresión 4.4.2-29) y el de cte_2 en la expresión (4.4.2-28a) se obtiene la ecuación diferencial que gobierna la deflexión del rayo en el plano (r, ϕ) , que resulta ser

$$\frac{n_e r^2 \dot{\phi}}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta + a^2 \operatorname{sen}^2 \theta} + (r \dot{\phi})^2}} = \bar{+} R \operatorname{sen} \phi_1 \quad (4.4.2-34)$$

Despejando el valor de $\dot{\phi}$ de esta expresión se obtiene:

$$\dot{\phi} = \frac{\bar{+} R \operatorname{sen} \phi_1}{r \sqrt{(\cos^2 \theta + a^2 \operatorname{sen}^2 \theta)(n_e^2 r^2 - R^2 \operatorname{sen}^2 \phi_1)}} \quad (4.4.2-35)$$

La distancia mínima de la trayectoria al centro del capilar (r_{MIN}) viene dada por la condición

$$\dot{\phi} \Big|_{r_{\text{MIN}}} = \infty$$

Por lo tanto de (4.4.2-35) se obtiene

$$r_{\text{MIN}} = \frac{R \sin \phi_1}{n_e} \quad (4.4.2-36)$$

La expresión (4.4.2-35) queda de la forma sencilla siguiente:

$$\dot{\phi} = \mp \frac{1}{r \sqrt{(\cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta)(r^2/r_{\text{MIN}}^2 - 1)}} \quad (4.4.2-37)$$

Integrando esta ecuación se obtiene

$$\begin{aligned} \phi - \phi_1 = & \int_R^{r_{\text{MIN}}} \frac{-dr'}{r' \sqrt{(\cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta)(r'^2/r_{\text{MIN}}^2 - 1)}} + \\ & + \int_{r_{\text{MIN}}}^r \frac{dr'}{r' \sqrt{(\cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta)(r'^2/r_{\text{MIN}}^2 - 1)}} \end{aligned} \quad (4.4.2-38)$$

donde

$$\text{tg } \theta/2 = \frac{I_1(r/\xi_H)}{I_1(R/\xi_H)}$$

Como puede comprobarse la integral (4.4.2-38) se complica enormemente y se ha preferido optar por una solución aproximada que consiste en tomar la integral como

$$\begin{aligned} \phi - \phi_1 \approx \frac{1}{a'} & \left[\int_R^{r_{\text{MIN}}} \frac{dr'}{r' \sqrt{r'^2/r_{\text{MIN}}^2 - 1}} + \right. \\ & \left. + \int_{r_{\text{MIN}}}^r \frac{dr'}{r' \sqrt{r'^2/r_{\text{MIN}}^2 - 1}} \right] \end{aligned} \quad (4.4.2-39)$$

donde

$$a' = \sqrt{\cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta} \Big|_{r=R/2} =$$

$$= \sqrt{1 + \frac{4(a'^2 - 1)I_1^2(r/\xi_H) I_1^2(R/\xi_H)}{I_1^2(R/\xi_H) + I_1^2(r/\xi_H)}} \bigg|_{r = \frac{R}{2}} \quad (4.4.2-40)$$

En la tabla siguiente se muestran los valores de a' para diferentes valores de campos axiales (R/ξ_H)

$(a')^2$	R/ξ_H
$0.64 a^2 + 0.36$	0
$0.55 a^2 + 0.45$	1
$0.39 a^2 + 0.61$	2
$0.22 a^2 + 0.78$	3
$0.10 a^2 + 0.90$	4
$0.04 a^2 + 0.96$	5
$0.016a^2 + 0.984$	6
$0.002a^2 + 0.998$	8
$0.0004a^2 + 0.9996$	10

De la expresión (4.4.2-39) se obtiene (efectuando unos cálculos si milares a los analizados en el caso esméctico)

$$\ddot{r} = \frac{r_{\text{MIN}}}{\text{sen}(a' [\phi - \phi_1 + \omega_1])} \quad (\phi > \phi_{1M}) \quad (4.4.2-41)$$

donde

$$\text{tg}(a' \omega_1) = \frac{1}{\sqrt{(R/r_{\text{MIN}})^2 - 1}}$$

Puede observarse que la solución (4.4.2-41) es igual a la obtenida para el caso esméctico con el solo cambio de a por a' . Este

parámetro nos expresa la capacidad de deflexión de la estructura cilíndrica homeotrópica.

En la fig. 4.4.2.5 se muestra la variación de a' con R/ξ_H . Se ha tomado $a = 1.17$ ($T = 20^\circ\text{C}$, $\lambda = 632.8 \mu\text{m}$, FASE 5). Puede notarse que para $R/\xi_H \geq 6$ el valor de a' es prácticamente despreciable.

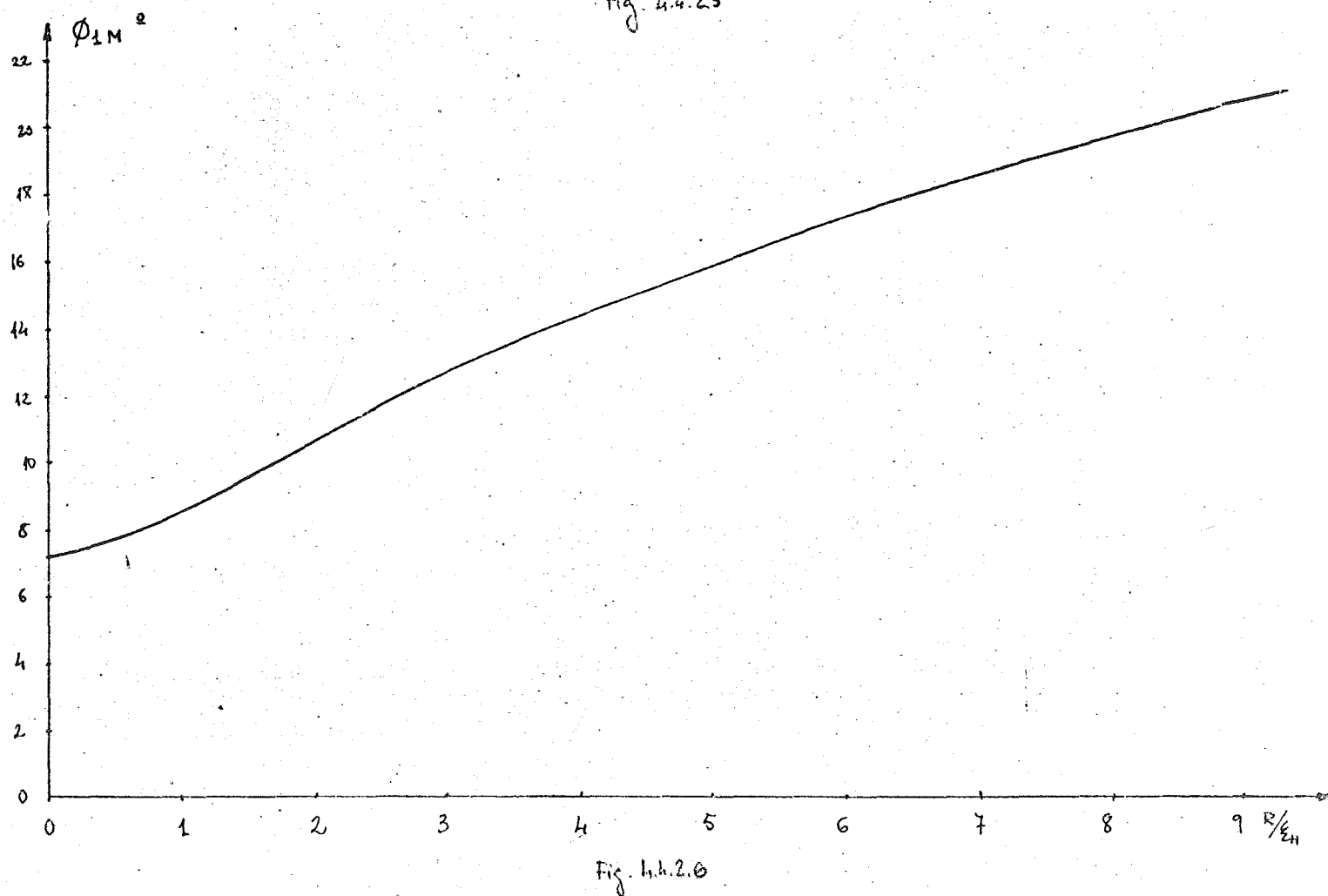
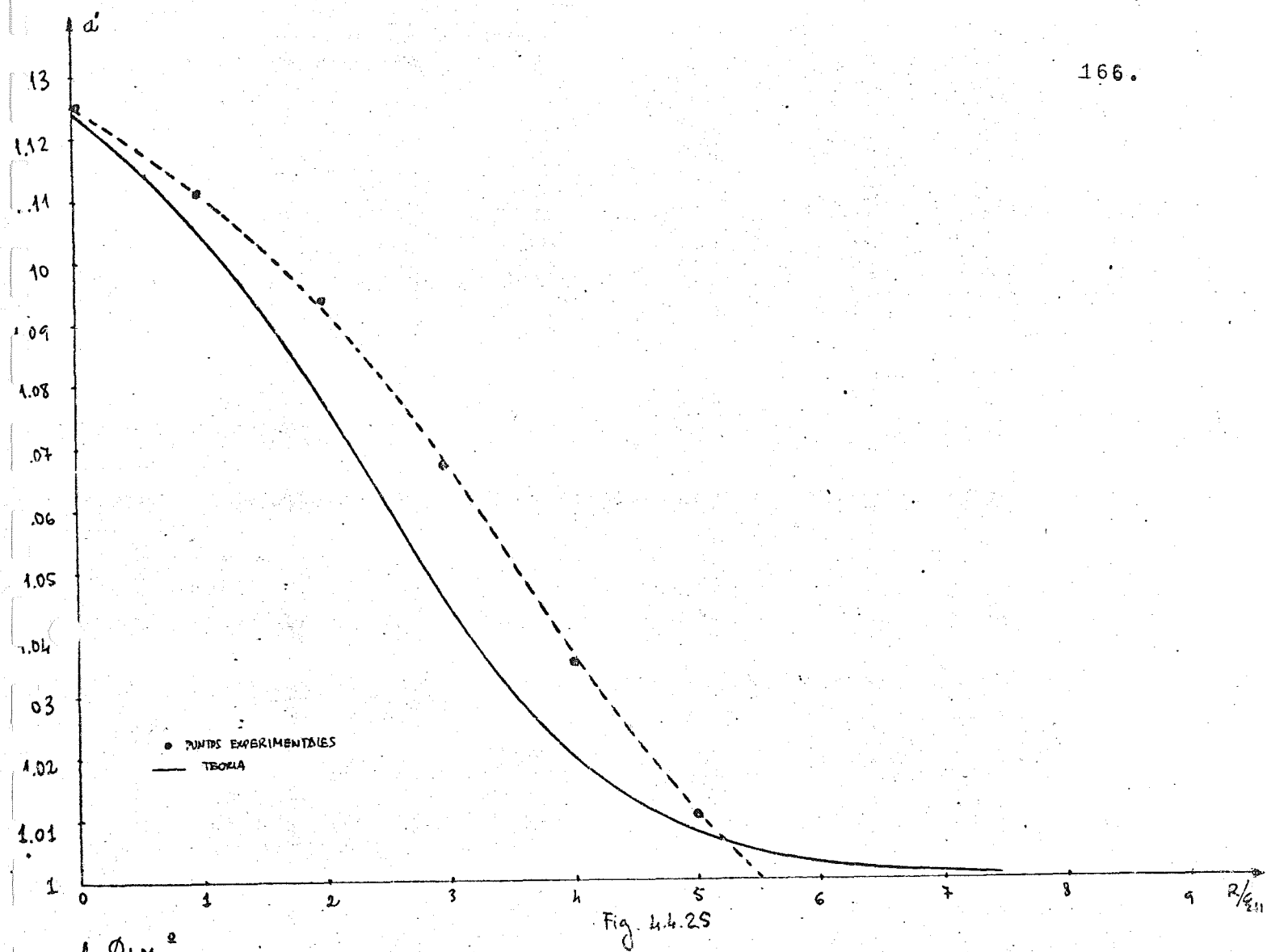
Ahora bien, hay que tener en cuenta que ϕ_{1M} depende del campo axial aplicado. De acuerdo con (4.4.2-15) y la expresión (4.4.2-9) se obtienen los siguientes valores de ϕ_{1M} en función de R/ξ_H para $R = 160 \mu\text{m}$, $n_e = 1.86$, $n_o = 1.6$ y $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$

ϕ_{1M}	R/ξ_H
7.1°	0
8.4°	1
10.6°	2
12.6°	3
14.4°	4
16°	5
17.4°	6
20°	8
22.2°	10

Estos valores se muestran en la fig. 4.4.2.6.

Las trayectorias de estos rayos (en el caso del cristal líquido Fase 5 con los datos anteriormente reseñados) para diferentes valores de (R/ξ_H) se muestran en la fig. 4.4.2.7.

El aumento de ϕ_{1M} , conforme se incrementa R/ξ_H , predicho por la teoría mostrada en este trabajo ha sido comprobado experimentalmente en los interferogramas diferenciales obtenidos en



el interferómetro Mach-Zehnder, debido al aumento de la zona central conforme aumenta el campo aplicado.

Por otra parte, para comprobar la validez de la teoría presentada en este apartado se dispuso el montaje experimental mostrado en la figura 4.4.2.8.

En una pantalla, situada a una distancia d se obtuvieron claros y oscuros, con una separación entre máximos que se nombra como Δy_p .

Por la teoría de las interferencias ópticas (Ref. 15) se sabe que para distancias d mucho mayores que Δy_p se tiene:

$$\Delta y = \frac{\lambda d}{\Delta y_p} \quad (4.4.2-42)$$

$\lambda = 632.8 \mu\text{m}$ y las otras magnitudes están definidas en la fig. 4.4.2.8.

Con la pantalla situada delante del capilar se trató de trabajar solo en la zona 2) y en el caso b) (polarización perpendicular al eje z). Por otra parte, con el tamaño de la pantalla situada delante del capilar se analizan sólo aquellos ángulos de entrada que están comprendidos entre 20° y 30° .

De acuerdo con las trayectorias mostradas en 4.2.2.7 para $20^\circ < \phi < 30^\circ$, los rayos van a incidir en el punto de salida que se puede aproximar por $(R, \pi/a')$, por lo tanto

$$\Delta y \approx 2R \sin(\pi - \pi/a') = 2R \sin(\pi/a') \quad (4.4.2-43)$$

De aquí se obtiene el valor aproximado de a'

$$a' \approx \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{\Delta y}{2R}\right)} \quad (4.4.2-44)$$

Al aumentar el campo magnético aplicado aumentaba la distancia entre máximos de intensidad luminosa en la pantalla, hasta $H = 800 \text{ Gauss}$.

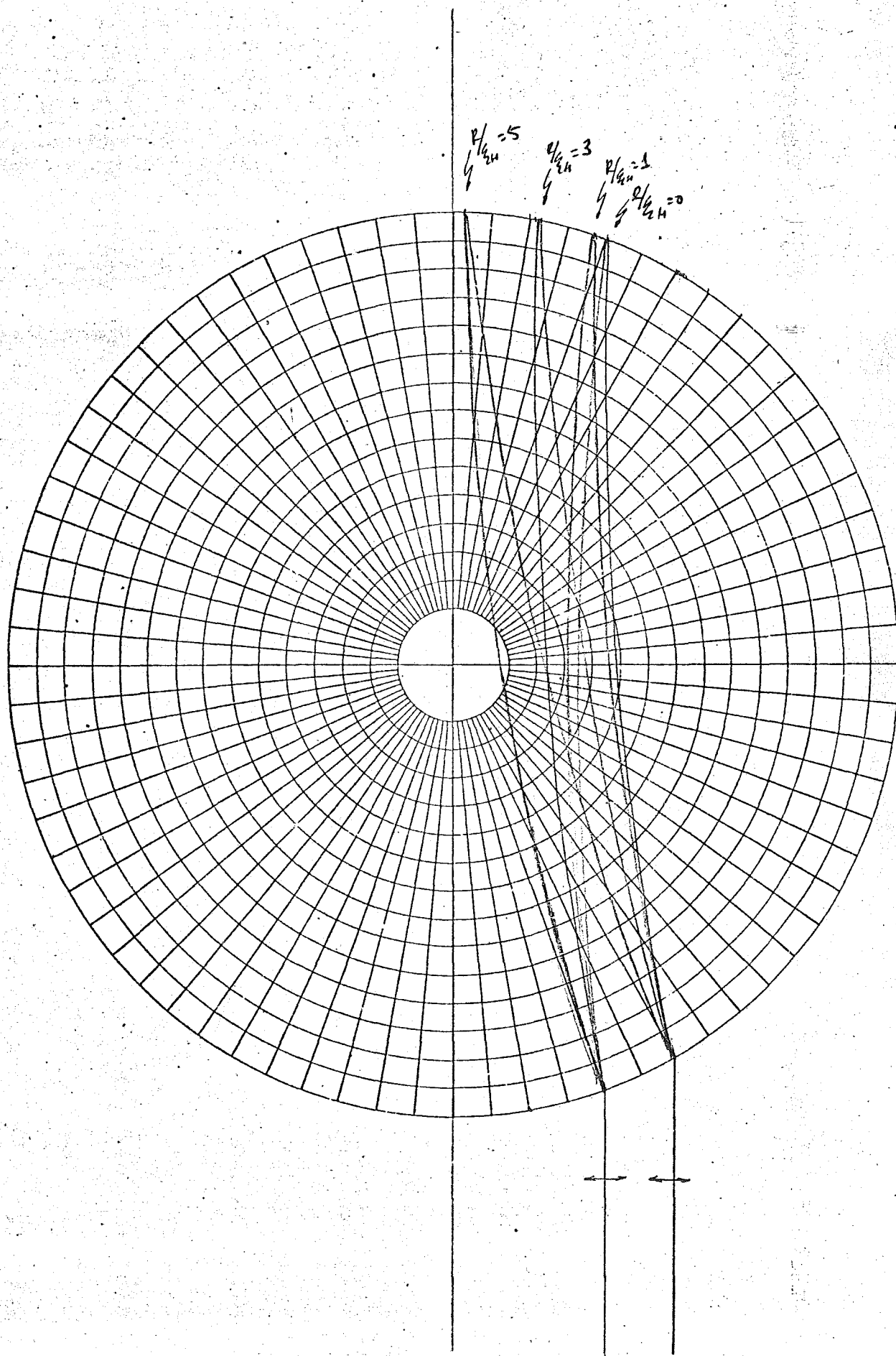


Fig 4427

En el caso del cristal líquido nemático Fase 5 y teniendo en cuenta las medidas realizadas de χ_a y K en el capítulo II de este trabajo se toma como $K = 6.73 \times 10^{-12}$ Newtons y $\chi_a = 1.25 \times 10^{-7}$ (u.e.m (c.g.s)), por lo tanto para $R = 160 \mu\text{m}$

$$\frac{R}{\xi_H} = RH \sqrt{\frac{\chi_a}{K}} = 160 \times 10^{-4} \times H(\text{gauss}) \times \sqrt{\frac{1.25 \times 10^{-7}}{6.73 \times 10^{-7}}} =$$

$$= 6.9 H \times 10^{-3}$$

Para $R/\xi_H = 1$, es necesario un $H = 145$ Gauss. Las medidas fueron realizadas en pasos de 145 Gauss. Los resultados de a' se muestran en la tabla siguiente. A partir de 800 Gauss no influye el campo magnético en la distribución de claros y oscuros de la pantalla

a'	R/ξ_H	$H = 145 (R/\xi_H) \text{ Gauss}$
1.125	0	
1.111	1	
1.095	2	
1.067	3	
1.035	4	
1.01	5	

En la fig. 4.4.25 se muestran estos valores experimentales, que se muestran acordes con la teoría.

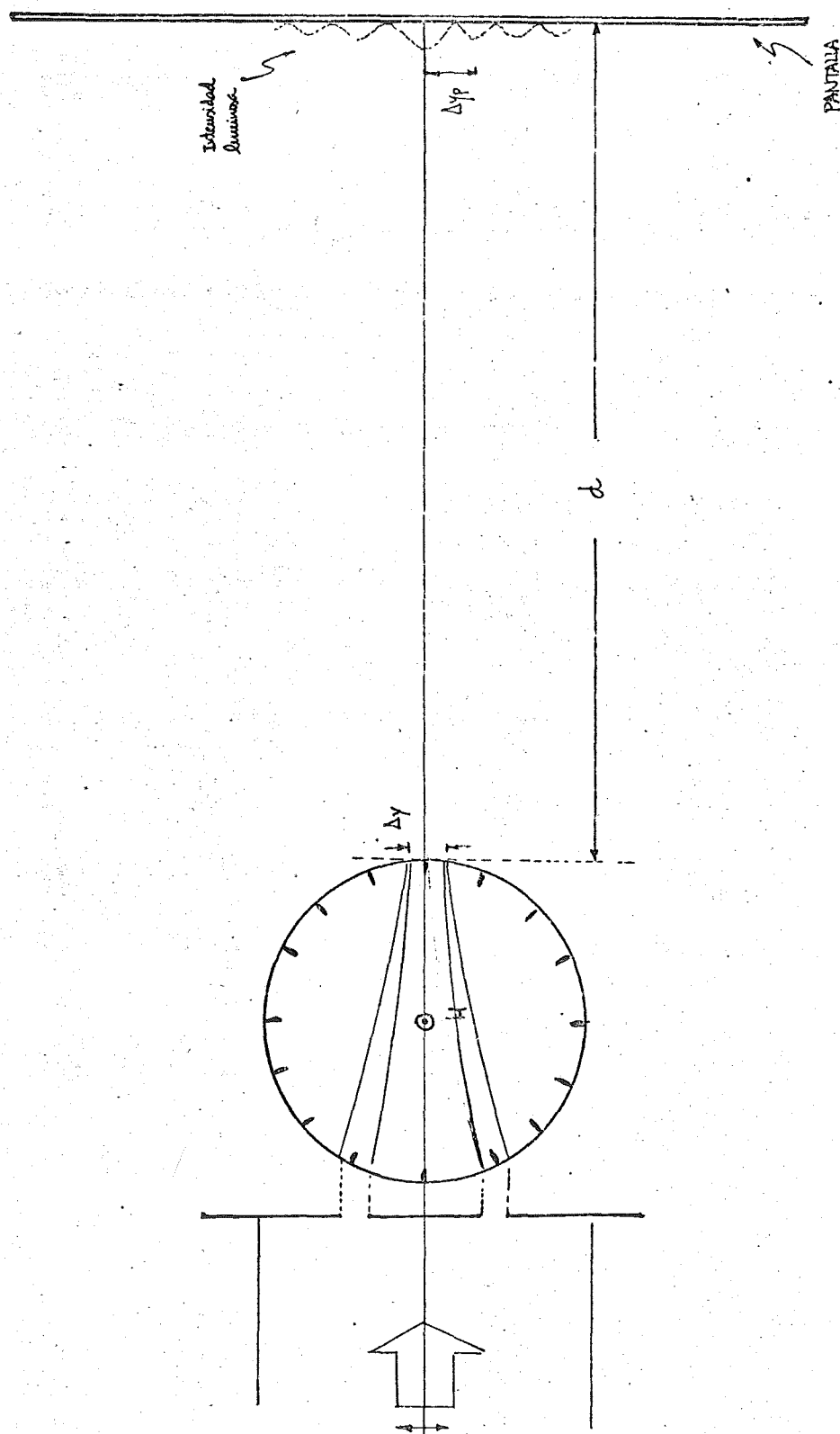


Fig. 4.4.28.

4.4.3. DEFLEXION DE UNA RADIACION LUMINOSA POR UNA ESTRUCTURA CILINDRICA DE CRISTAL LIQUIDO NEMATICO, CON ALINEAMIENTO HOMOGENEO

El alineamiento del cristal líquido nemático en estructuras cilíndricas con orientación homogénea ya ha sido estudiado en el capítulo III, obteniendo que en ausencia de campos magnéticos aplicados o con campo axial el alineamiento cumple:

$$\theta = 0 \quad \forall r$$

Se supondrá incidencia perpendicular al eje del capilar, como se muestra en la figura 4.4.3.1.

a) Para polarización paralela al eje, el capilar se comporta como un medio isótropo con índice de refracción n_e . Las trayectorias para este caso ya han sido estudiadas en el apartado 4.4.1, obteniéndose

$$r = \frac{r_{\text{MIN}}}{\sin [\phi - \phi_1 + \omega_1]} \quad (4.4.3-1)$$

donde

$$r_{\text{MIN}} = \frac{R \sin \phi_1}{n_e} \quad \text{y} \quad \omega_1 = \arcsin \left(\frac{\sin \phi_1}{n_e} \right)$$

En la fig. 4.4.3.2 se representan estas trayectorias para $n_e = 1.86$.

El ángulo ϕ_{sa} mostrado en la fig. 4.4.3.1, viene dado por

$$\phi_{\text{sa}} = 2 (\phi_1 - \omega_1) = 2 \left(\phi_1 - \arcsin \left[\frac{\sin \phi_1}{n_e} \right] \right) \quad (4.4.3-2)$$

b) Para polarización perpendicular al eje z, el capilar se comporta como un medio isótropo con índice de refracción n_o . De forma similar al caso anterior

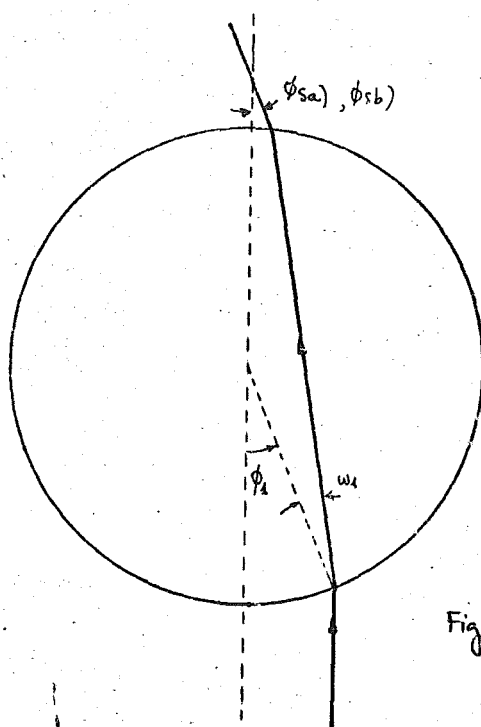


Fig 2.4.3.1

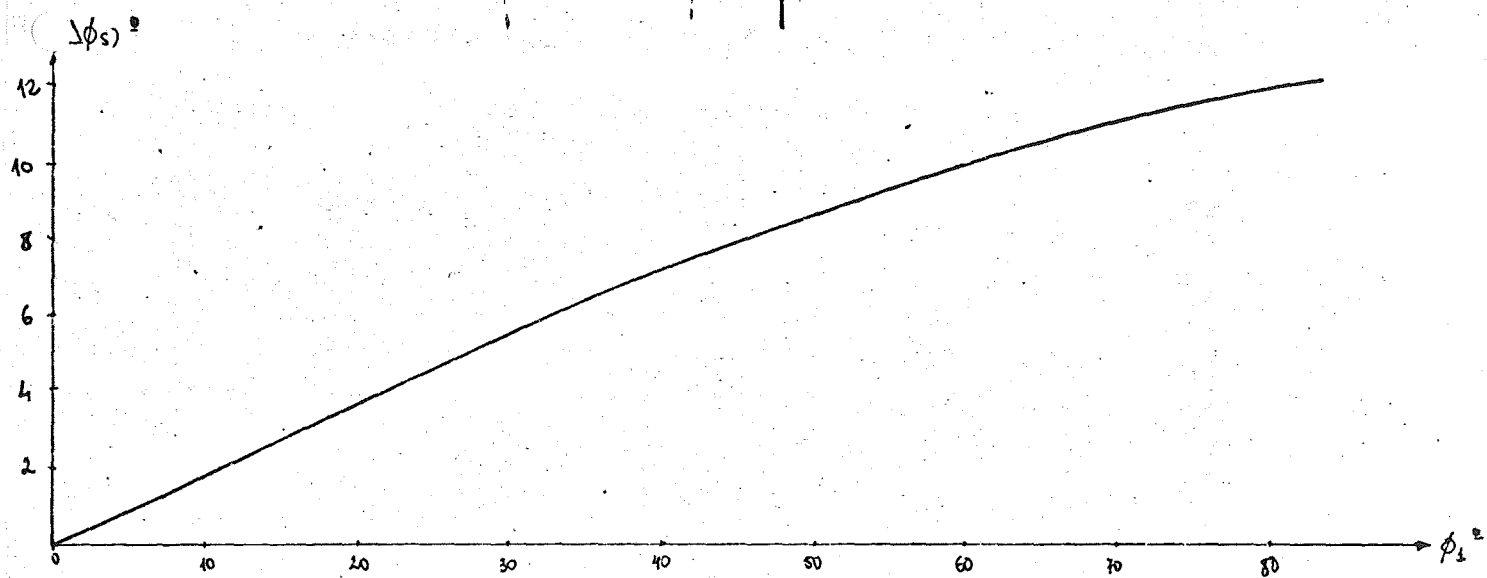


Fig 4.4.3.4

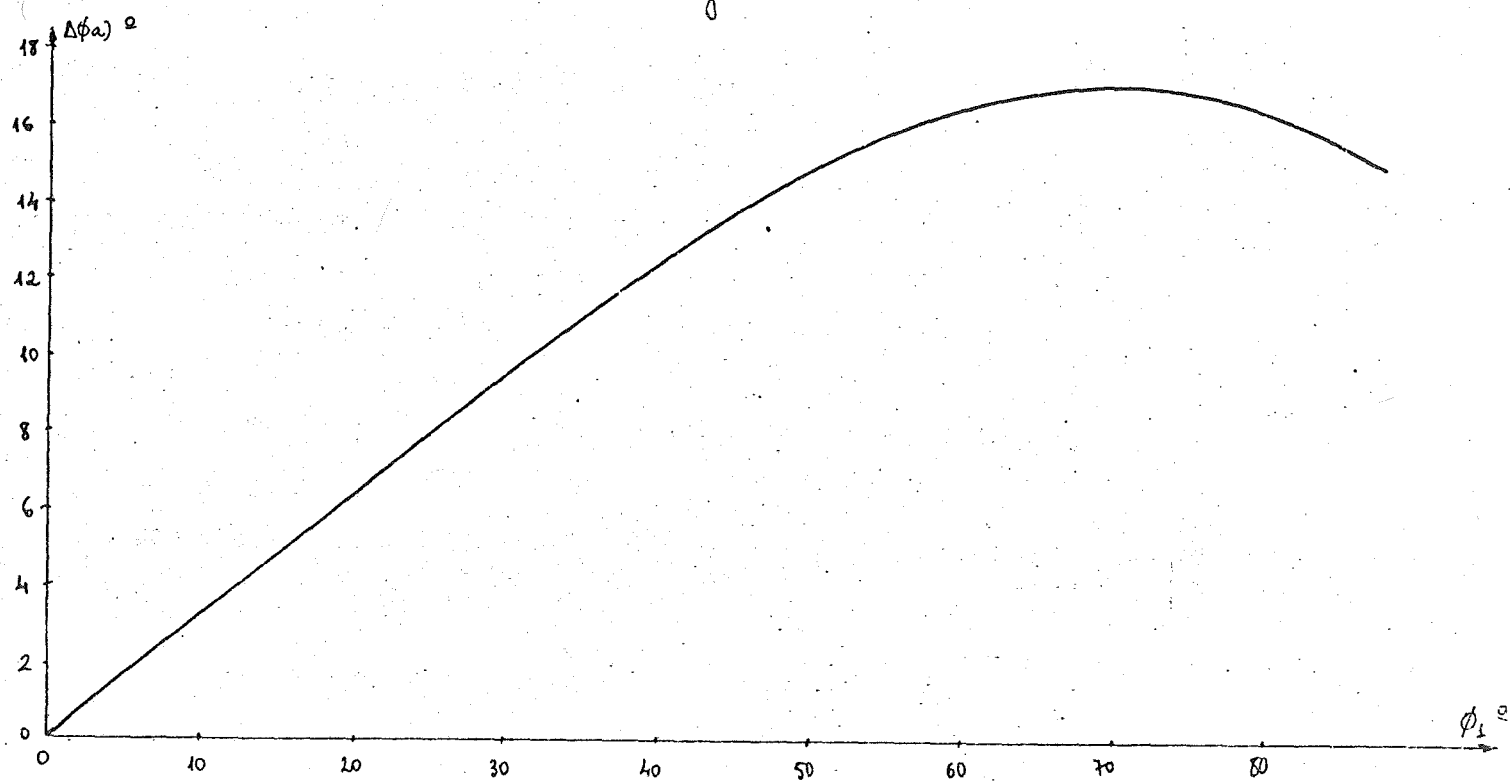


Fig. 4.4.3.5

$$r = \frac{r_{\text{MIN}}}{\sin(\phi - \phi_1 + \omega_1)} \quad (4.4.3-3)$$

donde

$$r_{\text{MIN}} = \frac{R \sin \phi_1}{n_o} \quad \text{y} \quad \omega_1 = \arcsin\left(\frac{\sin \phi_1}{n_o}\right)$$

En la fig. 4.4.3.3 se representan estas trayectorias para $n_o = 1.6$. El ángulo $\phi_s b)$ mostrado en la fig. 4.4.3.1, viene dado por

$$\phi_s b) = 2(\phi_1 - \omega_1) = 2\left(\phi_1 - \arcsin\left[\frac{\sin \phi_1}{n_o}\right]\right) \quad (4.4.3-4)$$

Para un mismo ángulo de entrada ϕ_1 , el ángulo formado entre los rayos de salida (para polarizaciones paralela y perpendicular a z) es

$$\Delta\phi_s = \phi_s a) - \phi_s b) = 2\left(\arcsin\left(\frac{\sin \phi_1}{n_o}\right) - \arcsin\left(\frac{\sin \phi_1}{n_e}\right)\right) \quad (4.4.3-5)$$

En la fig. 4.4.3.4 se representa $\Delta\phi_s$ en función de ϕ_1 (para $n_o = 1.6$ y $n_e = 1.86$).

Cuando se aplica un campo axial, los rayos de salida se hacen más nítidos, debido a la atenuación de las fluctuaciones térmicas, de los directores, alrededor de la posición de equilibrio; pero no se modifican sus ángulos de salida.

La situación, en el caso de aplicar un campo magnético transversal (según y) es diferente. Para campos transversales intensos, todo el interior está alineado con el campo excepto las zonas cercanas a los bordes. La transición de $\theta = 0$ a $\theta = \pi/2$ ocurre en una distancia $2\xi_H$ aproximadamente. De acuerdo con lo explicado en el apartado 4.2.1, el ángulo ω (característico del estudio en la esfera de Poincaré) vale:

$$\omega \approx \arctg \frac{\lambda}{4\xi_H \Delta n} \quad (4.4.3-6)$$

Como ya se sabe, la rotación de polarización, descubierta por Maugin, es válida para ángulos ω pequeños. El campo magnético necesario, para que empiece a dejar de ser válida esta rotación de la polarización será igual que

$$\xi_H \approx \lambda \implies H = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{K}{\chi_a}} \quad (4.4.3-7)$$

En este caso ($K=6.73 \times 10^{-7}$ dinas, $\chi_a = 1.25 \times 10^{-7}$ (u.e.m(c.g.s)) y $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$) $H \approx 3.6 \times 10^4$ gauss.

Evidentemente este valor es muy elevado, y por tanto para los campos magnéticos aplicados en este trabajo (< 12.5 Kgauss) siempre existirá rotación de polarización de Maugin.

a) Para polarización de entrada paralela al eje z y campo magnético aplicado según el eje y , suficientemente intenso como para suponer realineamiento casi total (excepto en las distancias $2\xi_H$ del contorno), se produce el giro de la polarización de forma que al pasar $2\xi_H$ está polarizada en el plano x,y . La trayectoria vendrá dada por:

$$r = \frac{r_{\text{MIN}}}{\text{sen}(\phi - \phi_1 + \omega_1')} \quad (4.4.3-8)$$

donde

$$r_{\text{MIN}} = R \text{ sen } \omega_1'$$

$$\omega_1' = \phi_1 - \text{arc tg}(a^2 \text{ tg}[\phi_1 - \omega_1])$$

$$\omega_1 = \text{arc sen}\left(\frac{\text{sen } \phi_1}{n_e}\right)$$

Esta trayectoria se ha obtenido considerando que la expresión (4.4.3-1) es la dirección del vector de onda, llegando a la dirección del vector de Poynting mediante $\text{tg } \xi = a^{-2} \text{ tg } \mu$ (expresión ya conocida).

La diferencia entre los ángulos de salida, para radiación polarizada paralela al eje z , con y sin campo magnético transversal (suficientemente intenso) viene dada, para un mismo ϕ_1 , por

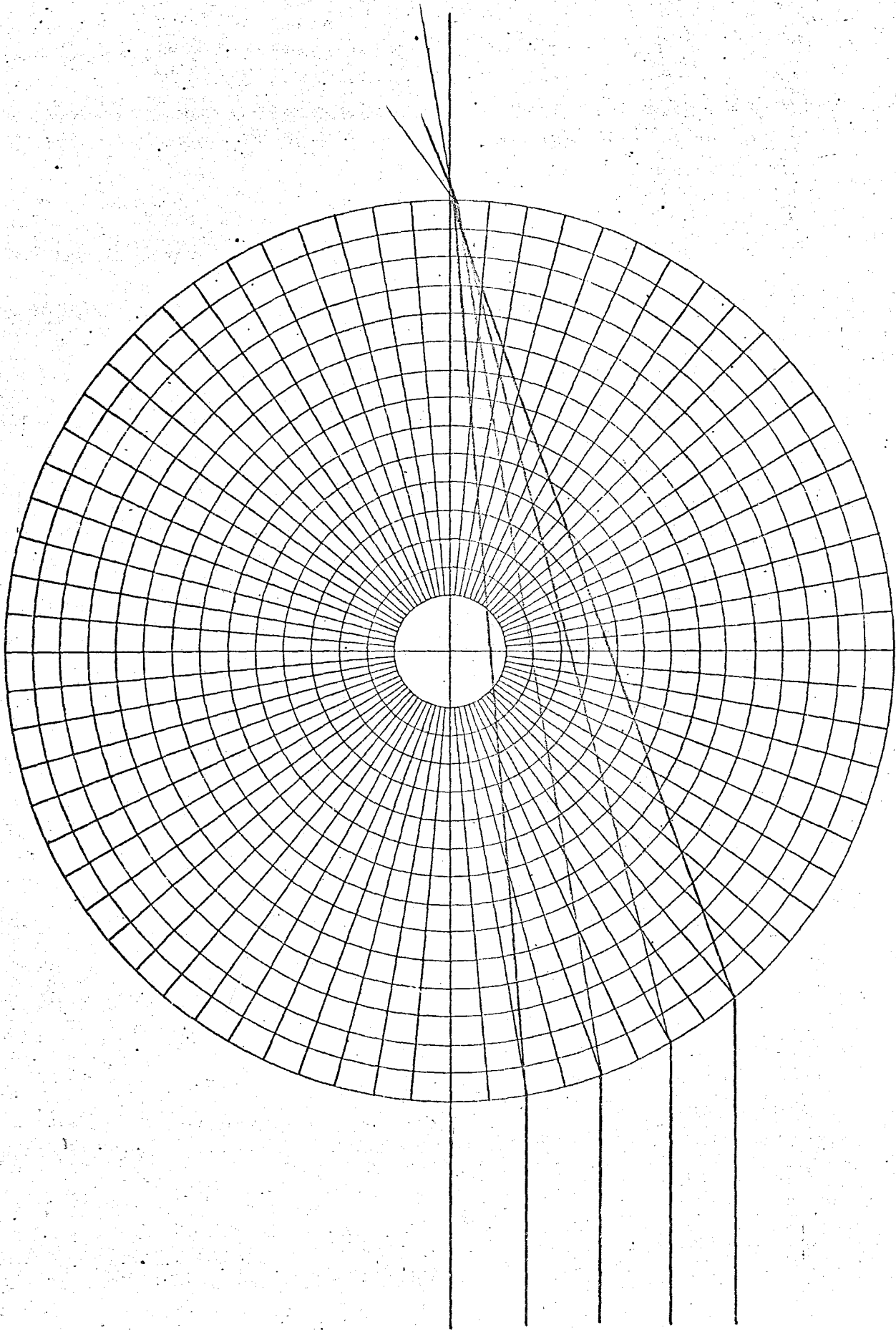


Fig. 4.4.3.2.

el ángulo $\Delta\phi_a$):

$$\begin{aligned}\Delta\phi_a) &= 2(\phi_1 - \omega_1') - 2(\phi_1 - \omega_1) = 2(\omega_1 - \omega_1') = \\ &= 2 [\omega_1 - \phi_1 + \arctg (a^2 \arctg [\phi_1 - \omega_1])] \end{aligned}$$

que puesto en función de ϕ_1 queda:

$$\Delta\phi_a) = 2 \left[\arcsen \left(\frac{\sen \phi_1}{n_e} \right) - \phi_1 + \arctg (a^2 \arctg [\phi_1 - \arcsen \left(\frac{\sen \phi_1}{n_e} \right)]) \right] \quad (4.4.3-9)$$

En la Fig. 4.4.3.5 se representa la variación de $\Delta\phi_a$ con ϕ_1 para ($n_e = 1.86$ y $n_o = 1.6$).

Se realizó una prueba con un capilar de 0.5 mm. de radio, enfocando con una lente (de distancia focal 24 cm.) al punto medio de la zona derecha del capilar ($\phi_1 \approx 30^\circ$) y aplicándole el campo magnético con la estructura de un relé (750 gauss). Este campo magnético supone un factor de

$$R/\xi_H = 0.5 \times 10^{-1} \times 750 \times \sqrt{\frac{1.25 \times 10^{-7}}{6.73 \times 10^{-7}}} \approx 16$$

que de acuerdo con la fig. (3.2.7) que proporciona el realineamiento, se puede afirmar que es este el completo, excepto en las zonas de las paredes. El ángulo $\Delta\phi_a$ medido fue de 8° aproximadamente, mientras que para $\phi_1 = 20^\circ$ la fig. 4.4.3.5 muestra un valor de 9.5° .

b) Para polarización de entrada perpendicular al eje z no se observa ninguna influencia al aplicar campo magnético transversal debido a que siempre se considera el índice de refracción ordinario. En el interior del capilar la polarización pasa a ser paralela al eje z (por la rotación de polarización de Maugin) y a la salida vuelve a ser como la de entrada.

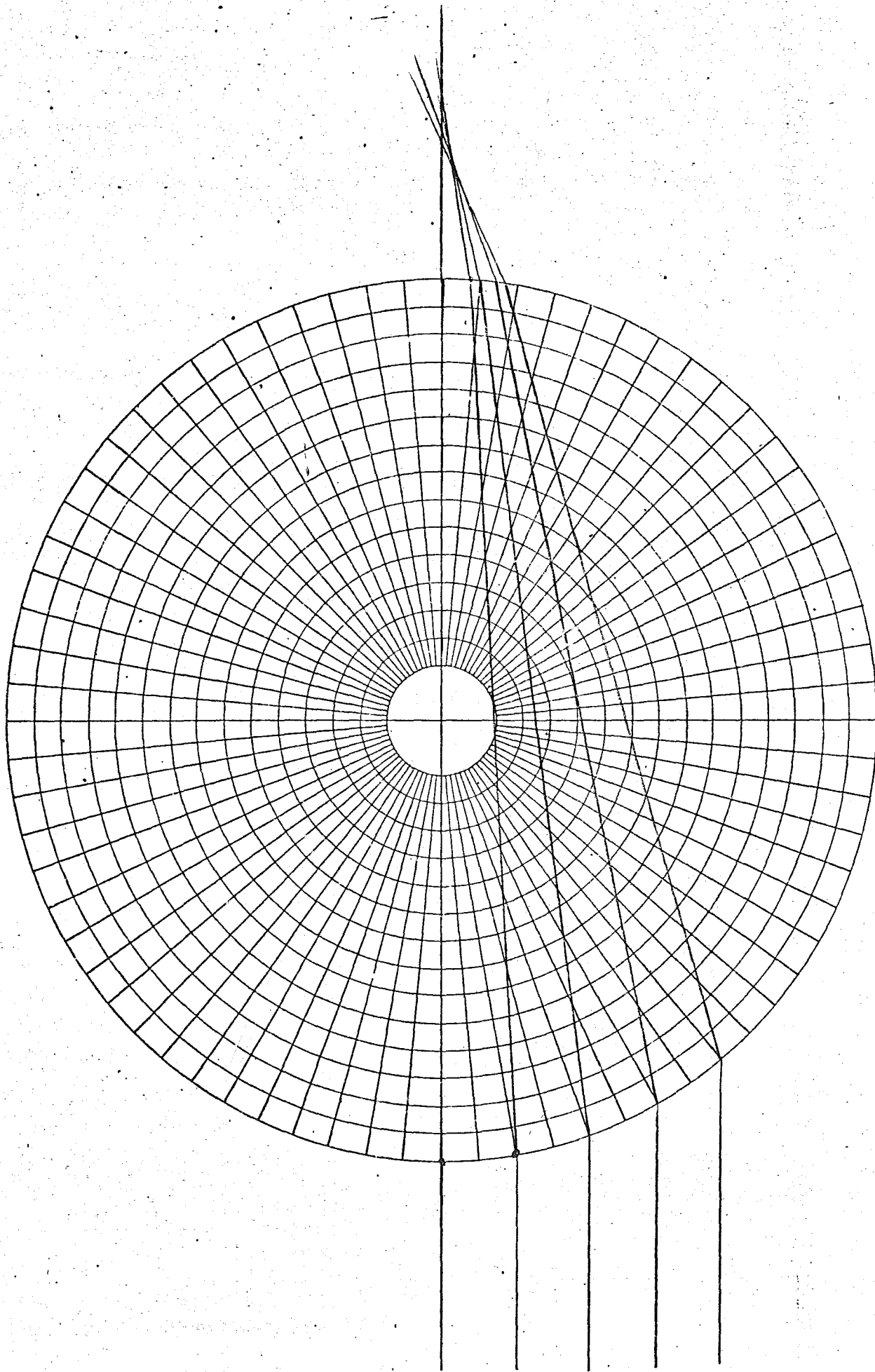


Fig 4.4.3.3

4.5.1. DEFLEXION DE LA RADIACION LUMINOSA POR ESTRUCTURAS EN CUÑA DE CRISTAL LIQUIDO, EN AUSENCIA DE CAMPOS EXTERNOS

Ya se ha estudiado en un capítulo anterior el alineamiento de las moléculas de cristal líquido en estructuras de cuña, para diferentes orientaciones de las moléculas en las paredes de dichas estructuras. Se pasa ahora a estudiar las deflexiones de la radiación luminosa en su paso por ellas. Se basa en la aplicación del principio de Fermat a medios anisótropos. Las estructuras analizadas son las correspondientes a:

- a) CONFIGURACION HOMOGENEA PARALELA (AL VERTICE
- b) " " PERPENDICULAR (AL VERTICE)
- c) " HOMEOTROPICA
- d) " TORSIONADA
- e) " WOLLASTRON

A) CONFIGURACION HOMOGENEA PARALELA

De acuerdo con los resultados del capítulo anterior se sabe que en este caso todas las moléculas se encuentran orientadas paralelas al vértice ($\hat{n}=\hat{x}$).

Según las notaciones de la fig. (4.5.1.1), que muestra un corte transversal de la estructura, se supone que la radiación incidente (circularmente polarizada) incide perpendicularmente a la pared de la estructura, ya que se propaga paralelamente al eje z.

Hay que distinguir dos casos, dependiendo de la polarización del rayo incidente, que dan lugar a los rayos ordinario y extraordinario.

El rayo ordinario (polarizado perpendicular al eje x) saldrá desviado un ángulo α_0 , (respecto del eje z) de acuerdo con las leyes de Snell

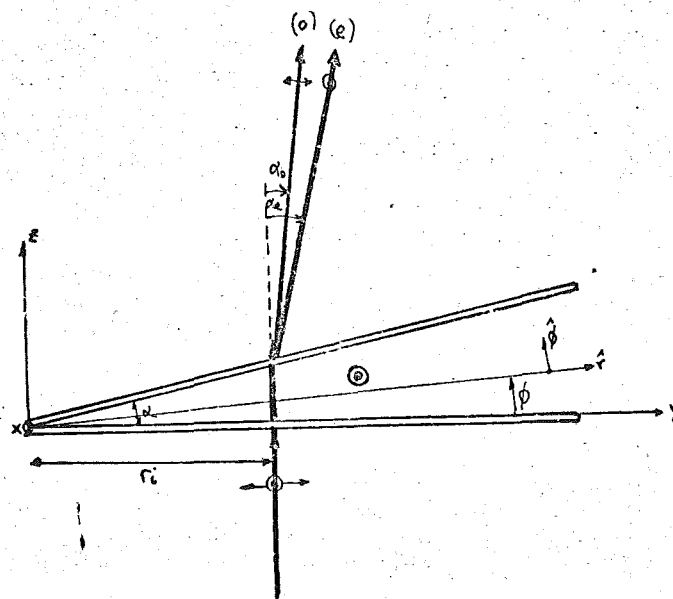


Fig. 4.5.1.1

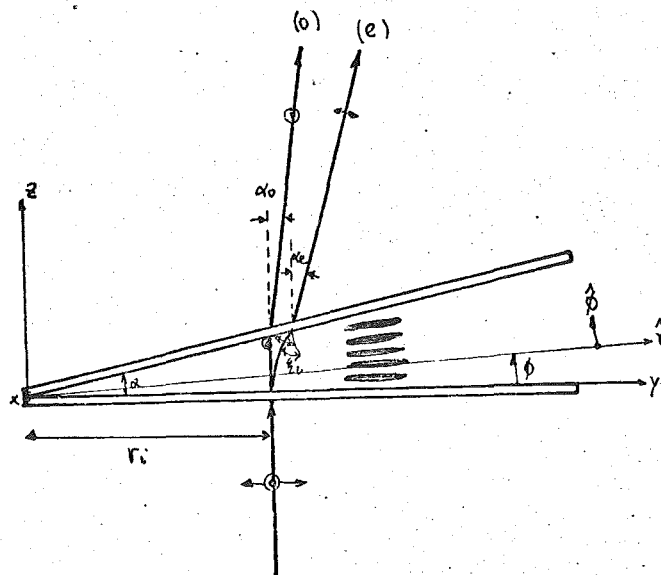


Fig. 4.5.1.2

$$n_o \text{ sen } \alpha = \text{sen } (\alpha + \alpha_o)$$

α = ángulo de la cuña

Por ello

$$\alpha_o = \text{arc sen } (n_o \text{ sen } \alpha) - \alpha \quad (4.5.1-1)$$

El rayo extraordinario (polarizado según el eje x) sal
drá desviado un ángulo α_e (respecto al eje z) de acuerdo con
las leyes de Snell.

Por ello:

$$n_e \text{ sen } \alpha = \text{sen } (\alpha + \alpha_e)$$

y por lo tanto:

$$\alpha_e = \text{arc sen } (n_e \text{ sen } \alpha) - \alpha$$

Los rayos de salida forman un ángulo $\Delta\alpha$ entre ellos,
siendo

$$\Delta\alpha = \text{arc sen } (n_e \text{ sen } \alpha) - \text{arc sen } (n_o \text{ sen } \alpha) \quad (4.5.1-2a)$$

Estos ángulos de salida se han utilizado para determinar
los índices de refracción en el capítulo dedicado a la caracteri
zación del material.

Por otra parte la trayectoria seguida en el interior de
la cuña por los dos rayos es una recta, que en las coordenadas:
polares indicadas en la fig. (4.5.1-1) viene dada por:

$$r = \frac{r_i}{\cos\phi} \quad (4.5.1-3)$$

donde r_i viene indicada en la citada figura.

Las cuñas con las que se han hecho las medidas de las de
flexiones tienen un ángulo α muy pequeño y por lo tanto las ex
presiones (4.5.1-1) y (4.5.1-2) quedan en la forma

$$\alpha_o \approx \alpha(n_o - 1) \quad (4.5.1-5)$$

$$\begin{aligned}\alpha_e &\approx \alpha (n_e - 1) \\ \Delta\alpha &\approx \alpha \Delta n\end{aligned}\quad (4.5.1-5)$$

B) CONFIGURACION HOMOGENEA PERPENDICULAR

De acuerdo con los resultados del capítulo anterior se sabe que en este caso las moléculas se encuentran orientadas perpendicularmente al vértice ($\hat{n} = \hat{r}$).

Según las notaciones de la fig. (4.5.1.2), y con las mismas condiciones de incidencia de la radiación luminosa, que en el caso anterior se pueden distinguir dos situaciones dependiendo de la polarización incidente.

El rayo extraordinario (polarizado perpendicularmente al eje x) describe una trayectoria que puede calcularse por el principio de Fermat

$$\delta \int n_r ds_r = 0 \quad (4.5.1-6)$$

donde n_r es el índice de refracción de rayo, que es de la forma:

$$n_r^2(\xi) = n_o^2 \cos^2 \xi + n_e^2 \sin^2 \xi$$

es el ángulo formado por el director y el vector de Poynting en cada punto de la trayectoria.

$$\operatorname{tg} \xi = \frac{r d\phi}{dr}$$

$$(ds)^2 = (dr)^2 + (rd\phi)^2$$

Sustituidas estas expresiones en (4.5.1-6) se obtiene

$$\delta \int n_o \sqrt{1 + a^2 (r\dot{\phi})^2} dr = 0 \quad (4.5.1-7)$$

Aplicando la ecuación de Euler del cálculo variacional

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\partial [n_o \sqrt{1 + a^2 (r\dot{\phi})^2}]}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial [n_o \sqrt{1 + a^2 (r\dot{\phi})^2}]}{\partial \phi} = 0 \quad (4.5.1-8)$$

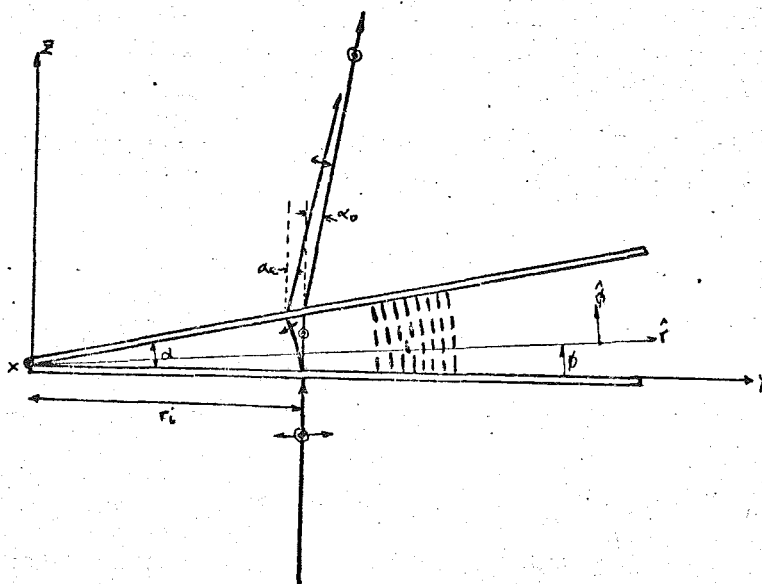


Fig 4.5.1.3

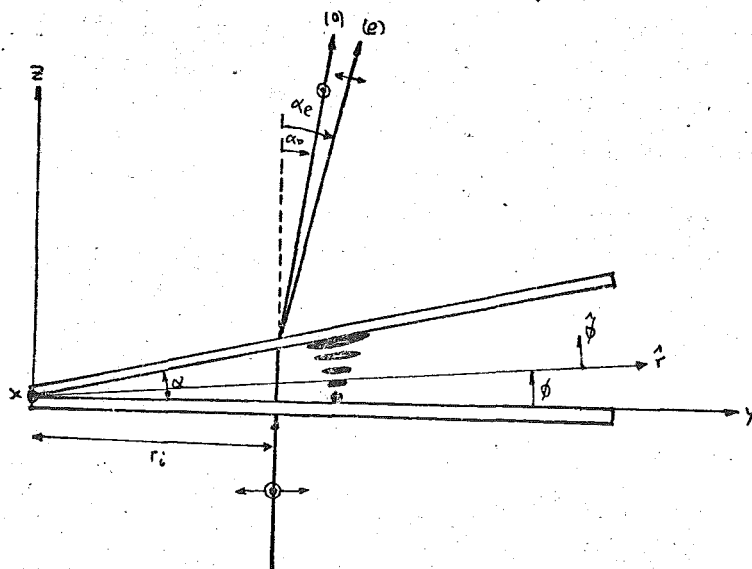


Fig 4.5.1.4

se llega a la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{a n_e r^2 \dot{\phi}}{\sqrt{1 + a^2 (r \dot{\phi})^2}} = \text{cte} \quad (4.5.1-9)$$

Para incidencia perpendicular del rayo se tiene

$$\left. \begin{array}{l} r = r_i \\ \phi = 0 \\ \dot{\phi} = \infty \end{array} \right\} \text{Cte} = n_e r_i \quad (4.5.1-10)$$

La ecuación (4.5.1-9) queda en la forma

$$\dot{\phi} = \frac{r_i}{a r \sqrt{r^2 - r_i^2}} \quad (4.5.1-11)$$

Resolviendo esta ecuación diferencial por medio de una sencilla integral se obtiene la trayectoria del rayo extraordinario

$$r = \frac{r_i}{\cos(a \phi)} \quad (4.5.1-12)$$

Para calcular el ángulo de salida del rayo extraordinario, se halla el ángulo ξ_2 que forma el rayo en el interior de la estructura con la perpendicular a la pared de salida

$$\text{tg } \xi_2 = \frac{1}{r \dot{\phi} \Big|_{\phi = \alpha}} \quad (4.5.1-13)$$

De (4.5.1-11) se llega a

$$\text{tg } \xi_2 = a \text{ tg } (a \alpha) \quad (4.5.1-14)$$

Por otra parte, del apartado dedicado a las refracciones en los contornos anisótropos, para el caso de orientación homogénea paralela (orientación en las paredes de esta estructura) se tiene que (Expresión (4.3-14)):

$$\text{tg } \xi_e = \frac{a \text{ sen } \theta_i}{\sqrt{n_o^2 - \text{sen}^2 \theta_i}} \quad (4.5.1-15)$$

$$\begin{cases} \theta_i = \alpha + \alpha_e \\ \xi_e = \xi_2 \end{cases} \quad (4.5.1-15)$$

Por medio de las expresiones (4.5.1-14) y (4.5.1-15)

$$\text{sen } (\alpha + \alpha_e) = \frac{n_o \text{ tg } \xi_2}{\sqrt{a^2 + \text{tg}^2 \xi_2}} = n_o \text{ sen } (a \alpha) \quad (4.5.1-16)$$

Por lo tanto

$$\alpha_e = \text{arc sen } (n_o \text{ sen } (a \alpha)) - \alpha \quad (4.5.1-17)$$

Por otra parte, el rayo ordinario (polarizado según el eje x) se comporta igual que en el caso anterior siendo idénticos sus resultados

$$\alpha_o = \text{arc sen } (n_o \text{ sen } \alpha) - \alpha \quad (4.5.1-18)$$

$$r = \frac{r_i}{\cos \phi} \quad (4.5.1-19)$$

Los rayos de salida forman entre ellos un ángulo $\Delta\alpha$ siendo:

$$\Delta\alpha = \text{arc sen } (n_o \text{ sen } (a\alpha)) - \text{arc sen } (n_o \text{ sen } \alpha) \quad (4.5.1-20)$$

Las cuñas con las que se han hecho las deflexiones tienen un ángulo muy pequeño y por lo tanto las expresiones (4.5.1-17), (4.5.1-18) y (4.5.1-20) quedan en la forma

$$\begin{aligned} \alpha_o &\approx \alpha(n_o - 1) \\ \alpha_e &\approx \alpha(n_e - 1) \\ \Delta\alpha &\approx \alpha\Delta n \end{aligned} \quad (4.5.1-21)$$

Estos resultados se han comprobado experimentalmente, concordando exactamente con la teoría aquí expuesta.

C) CONFIGURACION HOMEOTROPICA

De acuerdo con los resultados del capítulo anterior se sabe que en este caso las moléculas se encuentran orientadas perpendicularmente a las paredes ($\hat{n} = \hat{\phi}$).

Según las notaciones de la fig. (4.5.1.3) y con las mismas condiciones de incidencia de la radiación luminosa que en los casos anteriores se pueden distinguir dos casos dependiendo de la polarización incidente.

Para el rayo extraordinario (polarizado perpendicularmente al eje x) se efectúa un cálculo análogo al del caso anterior, que no se repetirá por ser ya conocido.

El principio de Fermat queda en la forma:

$$\delta \int n_0 \sqrt{a^2 + (r\dot{\phi})^2} dr = 0 \quad (4.5.1-22)$$

La ecuación diferencial que se obtiene al aplicar las técnicas variacionales, y teniendo en cuenta la condición de incidencia perpendicular es:

$$\dot{\phi} = \frac{a r_i}{r \sqrt{r^2 - r_i^2}} \quad (4.5.1-23)$$

Obteniéndose de ella la trayectoria buscada:

$$r = \frac{r_i}{\cos(\phi/a)} \quad (4.5.1-24)$$

Para calcular el ángulo de salida del rayo extraordinario, se halla el ángulo ξ_2 que forma el rayo en el interior de la estructura con la perpendicular a la pared de salida

$$\operatorname{tg} \xi_2 = \frac{1}{r\dot{\phi} \big|_{\phi=\alpha}} \quad (4.5.1-25)$$

De (4.5.1-23) se llega a:

$$\operatorname{tg} \xi_2 = \frac{1}{a} \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{a} \right) \quad (4.5.1-26)$$

Por otra parte, del apartado dedicado a las refracciones en los contornos anisótropos, para el caso de orientación homeotrópica (orientación en las paredes de esta estructura) se tiene que (Expresión (4.3-7))

$$\operatorname{tg} \xi_e = \frac{\operatorname{sen} \theta_i}{a \sqrt{n_e^2 - \operatorname{sen}^2 \theta_i}} \quad (4.5.1-27)$$

$$\begin{cases} \theta_i = \alpha + \alpha_e \\ \xi_e = \xi_2 \end{cases}$$

Por medio de las expresiones (4.5.1-26) y (4.5.1-27)

$$\operatorname{sen} (\alpha + \alpha_e) = \frac{a n_e \operatorname{tg} \xi_2}{\sqrt{1 + a^2 \operatorname{tg}^2 \xi_2}} = n_e \operatorname{sen} (\alpha/a) \quad (4.5.1-28)$$

Por lo tanto

$$\alpha_e = \operatorname{arc} \operatorname{sen} (n_e \operatorname{sen} (\alpha/a)) - \alpha \quad (4.5.1-29)$$

Por otra parte, el rayo ordinario (polarizado según el eje x) se comporta igual que en los casos anteriores, siendo idénticos sus resultados

$$\alpha_o = \operatorname{arc} \operatorname{sen} (n_o \operatorname{sen} \alpha) - \alpha \quad (4.5.1-30)$$

$$r = \frac{r_i}{\cos \phi} \quad (4.5.1-31)$$

Los rayos de salida forman entre ellos un ángulo $\Delta\alpha$, siendo

$$\Delta\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{sen} (n_e \operatorname{sen}(\alpha/a)) - \operatorname{arc} \operatorname{sen} (n_o \operatorname{sen} \alpha) \quad (4.5.1-32)$$

Las cuñas con las que se han hecho las deflexiones tienen un ángulo muy pequeño y por lo tanto las expresiones (4.5.1-2a), (4.5.-30) y (4.5.1-32) quedan en la forma aproximada

$$\begin{aligned} \alpha_o &\approx \alpha(n_o - 1) \\ \alpha_e &\approx \alpha(n_o - 1) \\ \Delta\alpha &\approx 0 \end{aligned} \quad (4.5.1-33)$$

Estos resultados se han comprobado experimentalmente.

D) CONFIGURACION TORSIONADA

De acuerdo con los resultados del capítulo anterior, se sabe que para ángulos α pequeños, se cumple que

$$\theta = \frac{\pi\phi}{2\alpha} \quad \forall r \quad 0 \leq \phi \leq \alpha \quad (4.5.1-34)$$

La geometría se muestra en la fig. 4.5.1.4.

Suponiendo que se cumple la rotación de polarización de Maugin (después se estudia en qué condiciones es válida esta su posición) y recordando que el ángulo α es pequeño, esta estructura se comporta igual que la homogénea paralela. Para rayos incidentes con polarización paralela al eje x

$$\alpha_e \approx \alpha(n_e - 1) \quad (4.5.1-35)$$

y para rayos incidentes con polarización paralela al eje y

$$\alpha_o \approx \alpha(n_o - 1) \quad (4.5.1-36)$$

siendo por lo tanto

$$\Delta\alpha \approx \alpha\Delta n \quad (4.5.1-37)$$

La otra estructura posible es aquella en que $\theta = \frac{\pi}{2} (1 - \frac{\phi}{\alpha})$, siendo por lo tanto similar a la homogénea perpendicular viniendo dados sus ángulos de salida por las expresiones (4.5.1-21), equivalentes a las anteriores. La diferencia fundamental radica en el giro de $\alpha/2$ de la polarización de salida respecto a la de entrada.

Se pasa a continuación a analizar esta configuración por medio de la técnica de Poincaré. De acuerdo con lo explicado en el apartado 4.2.1, el ángulo ω (característico de la esfera de Poincaré viene dado por

$$\omega = \arctg \frac{2\lambda}{\rho\Delta n} \quad (4.5.1-38)$$

De acuerdo con los resultados del apartado 3.3 puede considerarse a la estructura en cuña como localmente plana (en el punto donde se esté analizando) para ángulos α muy pequeños

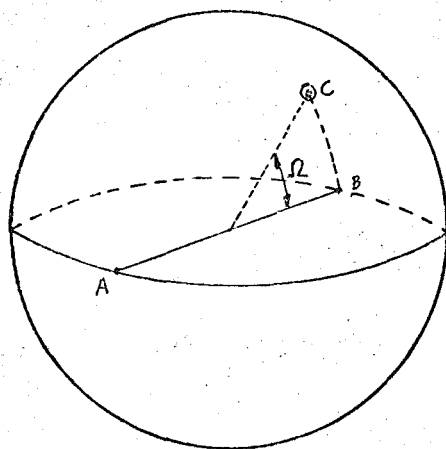


Fig. 4.5.1.5

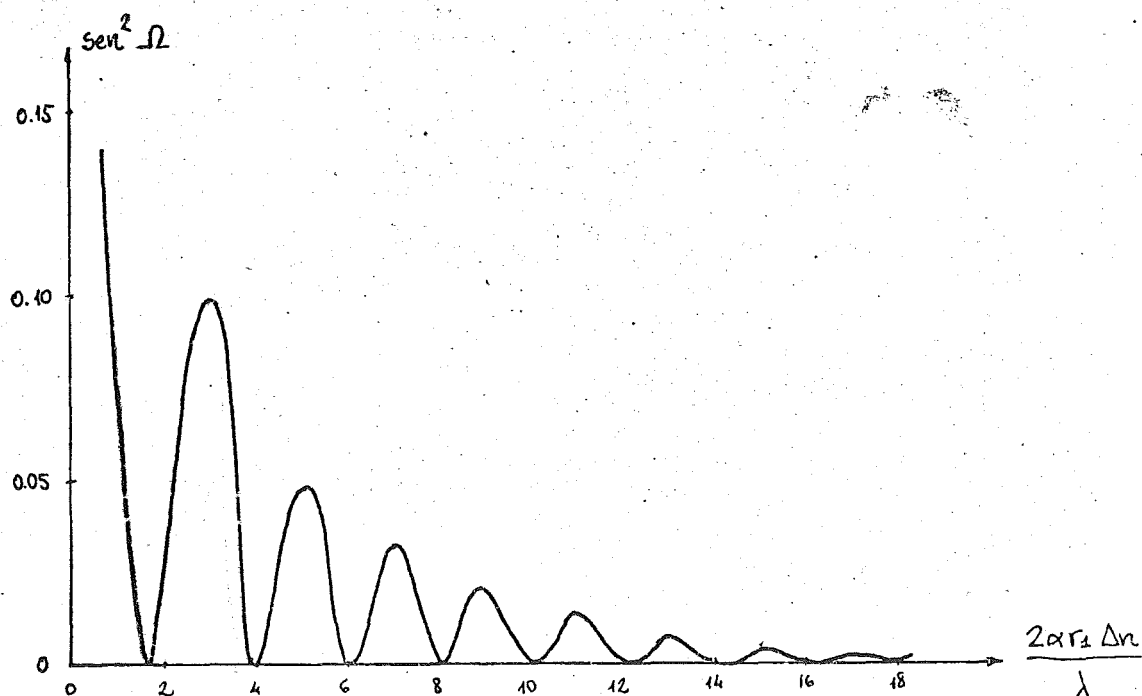


Fig. 4.5.1.6

(como en este caso). A una distancia r_1 del vértice de la estructura el paso vendrá dado por

$$p = \frac{2\lambda}{d\theta/r_1 d\phi} = 4\alpha r_1 \quad (4.5.1-39)$$

Por lo tanto

$$\omega = \arctg \frac{\lambda}{2\alpha r_1 \Delta n} \quad (4.5.1-40)$$

Para ángulos ω muy pequeños se verifica la notación de Maugin (la polarización de la luz "sigue" la torsión de la orientación molecular).

En la esfera de Poincaré para el estado representado en la fig. 4.5.1.5 por el punto C (B es el punto de llegada para una rotación perfecta de Maugin) se sabe que el cociente entre la intensidad luminosa del estado C, polarizada perpendicularmente al estado B, y la intensidad luminosa del estado B es $\sin^2 \Omega$ (Ω viene representado en la fig. 4.5.1.5).

La curva que representa $\sin^2 \Omega$ en función de $\frac{2\alpha r_1 \Delta n}{\lambda}$ se muestra en la fig. (4.5.1.6) (También mostrada en las ref. (55) y (133) para estructura plana).

Los picos de transición de $\sin^2 \Omega$ vienen dados por la ecuación (obtenida por geometría de la esfera de Poincaré)

$$\pi = K_1 (\pi \sin \omega) \Rightarrow \sin \omega = \frac{1}{K_1} \quad (4.5.1-41)$$

$$K_1 = 1, 3, 5, \dots$$

Recordando que ω viene dado por (4.5.1-59) se obtiene

$$\frac{2\alpha r_1 \Delta n}{\lambda} = \sqrt{K_1^2 - 1} \quad (4.5.1-42)$$

que para valores elevados de $\frac{2\alpha r_1 \Delta n}{\lambda}$ se puede aproximar por

$$\frac{2\alpha r_1 \Delta n}{\lambda} = K_1$$

Este resultado se muestra en la fig. (4.5.1.6).

Por otra parte los nulos de transmisión de $\text{sen}^2 \Omega$ vienen dados según el mismo método anterior por:

$$\pi = 2\pi K_2 \text{ sen } \omega \implies \text{sen } \omega = \frac{1}{2K_2} \quad (4.5.1-43)$$

$$K_1 = 1, 2, 3, \dots$$

Recordando que ω viene dado por (4.5.1-59) se obtiene

$$\frac{2\alpha r_1 \Delta n}{\lambda} = \sqrt{(2K_2)^2 - 1} \quad (4.5.1-44)$$

que para valores elevados de $\frac{2\alpha r_1 \Delta n}{\lambda}$ se puede aproximar por

$$\frac{2\alpha r_1 \Delta n}{\lambda} = 2K_2$$

como se muestra en la fig. (4.5.1.6).

$\text{Sen}^2 \Omega$ representa la relación de intensidad transmitida que no sigue la rotación de Maugin, y por ello la zona, donde el análisis anterior de la deflexión es válido, es aquella donde $\text{sen}^2 \Omega$ es muy pequeño.

De acuerdo con la fig. 4.5.1.6, $\frac{2\alpha r_1 \Delta n}{\lambda}$ debe de ser por tanto mayor de 1.5 para asegurar que $\frac{2\alpha r_1 \Delta n}{\lambda \text{ sen}^2 \Omega} \leq 0.1$.

En este trabajo para $\lambda = 0.632 \mu\text{m}$ y $\Delta n \approx 0.26$ se llega

$$\frac{2\alpha r_1 \Delta n}{\lambda} \geq 1.5 \implies \alpha r_1 \geq 1.82 \text{ } (\mu\text{m})$$

Para $\alpha = 2^\circ = 0.035 \text{ rad}$, $r_1 = 52 \mu\text{m}$.

Es decir la distancia mínima entre electrodos debe ser aproximadamente $1.8 \mu\text{m}$ (para los valores de este trabajo) para aplicar la rotación de Maugin.

E) CONFIGURACION WOLLASTRON

Se muestra en la fig. 4.5.1.7.

Es una combinación de las configuraciones homogénea para lela y homogénea perpendicular.

Por los procedimientos ya conocidos a lo largo de este apartado se obtienen las siguientes ecuaciones ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_5$ y α_D están definidas en la fig. 4.5.1.7):

$$\left. \begin{array}{l} n_o \text{ sen } \alpha = n_e \text{ sen } \alpha_1 \\ n_e \text{ sen } (\alpha - \alpha_1) = \text{sen } \alpha_I \end{array} \right\} \alpha_I = \text{arc sen } \left| n_e \text{ sen } \left(\alpha - \text{arc sen } \left(\frac{\text{sen } \alpha}{a} \right) \right) \right| \quad (4.5.1-45)$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_2 = a\alpha \\ n_o \text{ sen } (\alpha_2 - \alpha) = \text{sen } \alpha_D \end{array} \right\} \alpha_D = \text{arc sen } \left| n_o \text{ sen } (\alpha(a-1)) \right| \quad (4.5.1-46)$$

Para ángulos α muy pequeños se pueden aproximar por

$$\alpha_I \approx \alpha \Delta n$$

$$\alpha_D \approx \alpha \Delta n$$

Por lo tanto el ángulo formado entre las dos direcciones de salida es $2 \alpha \Delta n$. Este ángulo es el doble del logrado en las anteriores estructuras.

Nota al Apartado 4.5.1.

Para facilitar los cálculos se ha tomado el ángulo ϕ , desde la primera pared (situada según las coordenadas anteriores en $\phi_a = \frac{\pi - \alpha}{2}$).

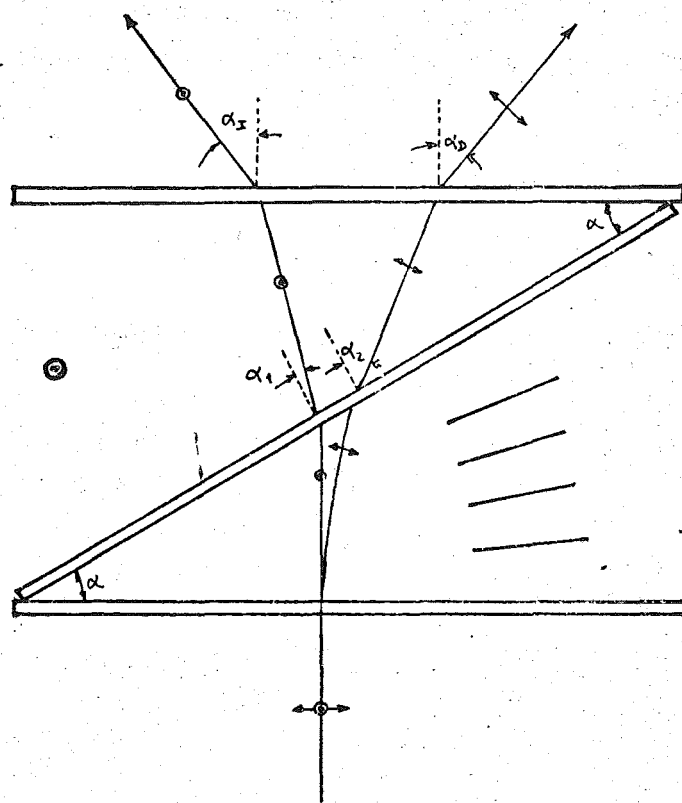


Fig. 4.5.1.7

4,5,2, DEFLEXION DE UNA RADIACION LUMINOSA POR ESTRUCTURAS EN
CUÑA DE CRISTAL LIQUIDO DE ANISOTROPIA NEGATIVA, CON
CAMPOS ELECTRICOS

Como se ha indicado anteriormente, tres son los dominios fundamentales que producen deflexión, por difracción, de la radiación luminosa: Williams, red de difracción variable y chevrons. Aunque los dos últimos son más propios de este trabajo, no se comentan por no aportar nada original sobre ellos. En cambio, respecto a los dominios de Williams, se propone un modelo que explica la peculiar distribución, de la intensidad luminosa de sus figuras de difracción.

Se estudia en principio la figura de difracción de los dominios de Williams en una estructura plana.

De acuerdo con el modelo de Drumhead aplicado a la estructura mostrada en la fig. 4.5.2.1.

$$\theta_o \approx \theta_o \cos \frac{\pi x}{d} \cos \frac{\pi z}{d} \quad (4.5,2-1)$$

θ_o = ángulo máximo

La figura de difracción para luz polarizada según z muestra una serie de puntos que denotan la existencia de frecuencias espaciales del orden de d y $2d$. Carroll (ref. 22) consideró esta estructura como red de amplitud constante y fase variable, por tanto con un período de d . Por otra parte Kashnow y Bigelow (ref. 84) intentaron dar una explicación a la frecuencia espacial $2d$, pero tampoco lo lograron.

En este trabajo se da por primera vez una explicación cualitativa de este hecho. Considerando una radiación incidente (polarizada según z , según se muestra en la fig. 4.5.2,1.) en un punto de coordenadas $(-d/2, z)$, esta experimentará una deflexión tal que el punto de salida de esta radiación $(d/2, z+\Delta z)$. Se pasará a calcular el Δz máximo que corresponde a $\theta = \theta_o$ ($x=0$).

En primera aproximación se puede considerar que θ no de-

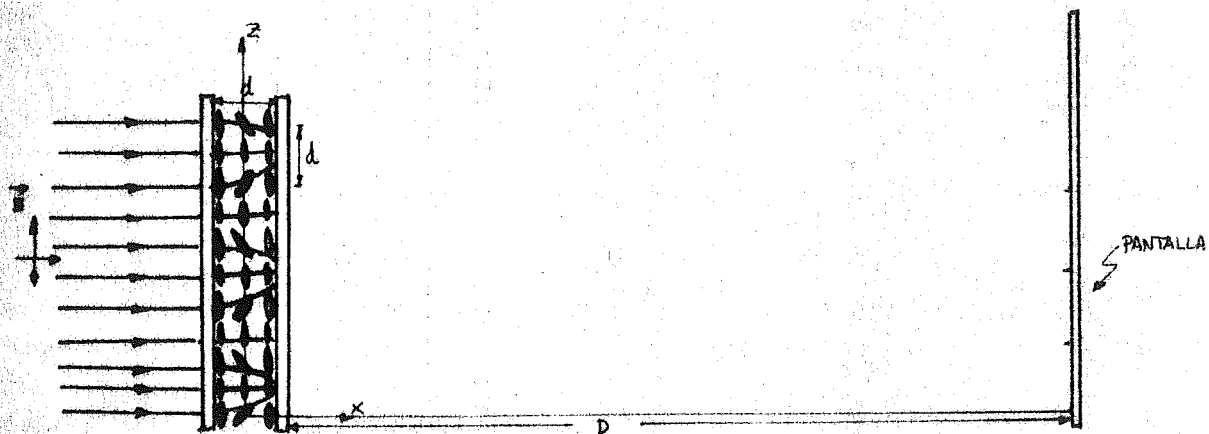


Fig 4.5.2.1

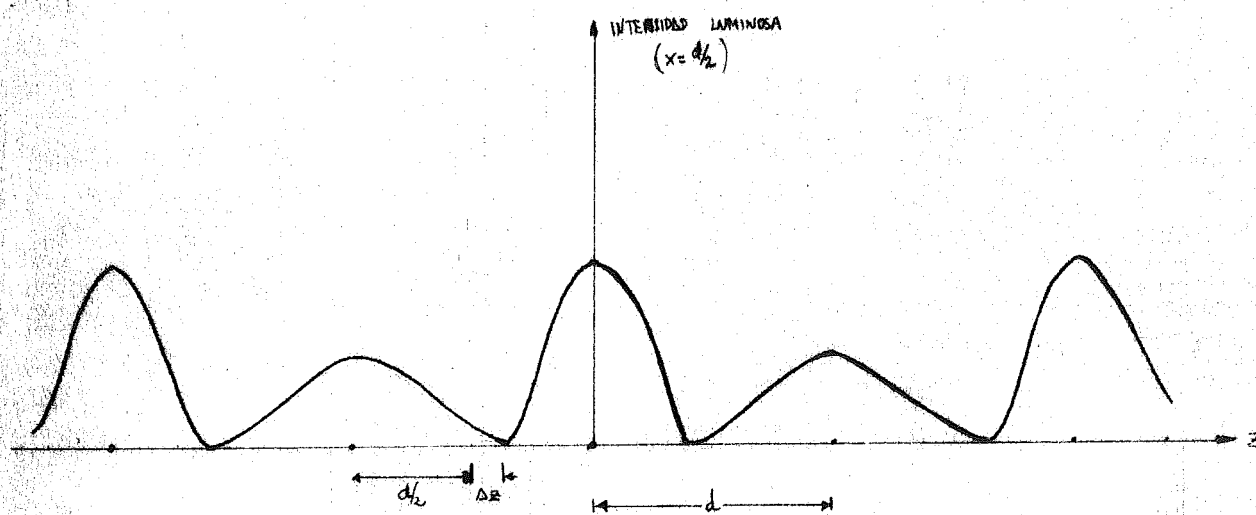


Fig 4.5.2.2 (a)



Fig 4.5.2.2 (b)

pende de z y para la zona de estudio la variación con x es lineal

$$\theta = \begin{cases} \theta_o \left(1 + \frac{2x}{d}\right) & -\frac{d}{2} \leq x \leq 0 \\ \theta_o \left(1 - \frac{2x}{d}\right) & 0 \leq x \leq d/2 \end{cases} \quad (4.5.2-2)$$

Al suponer que no varía con z la orientación molecular, el principio de Fermat queda en la forma:

$$\delta \int \sqrt{n_o^2 \sin^2 (\theta - \operatorname{tg}^{-1} \dot{z}) + n_e^2 \cos^2 (\theta - \operatorname{tg}^{-1} \dot{z})} dx = 0 \quad (4.5.2-3)$$

donde:

θ = ángulo que forma la molécula con el eje z

$$\dot{z} = \frac{dz}{dx}$$

$z(x)$ = trayectoria del vector de Poynting

La ecuación de Euler del cálculo variacional es:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial G}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial G}{\partial z} = 0 \quad (4.5.2-4)$$

donde

$$G = \sqrt{n_o^2 \sin^2 (\theta - \operatorname{tg}^{-1} \dot{z}) + n_e^2 \cos^2 (\theta - \operatorname{tg}^{-1} \dot{z})}$$

La solución viene dada por

$$\dot{z} = \frac{(n_e^2 - n_o^2) \sin \theta \cos \theta}{n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta} + \frac{\operatorname{cte} n_o n_e}{(n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta) \sqrt{n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta + (\operatorname{cte})^2}}$$

Para incidencia perpendicular $\operatorname{cte} = 0$ y por lo tanto:

$$\dot{z} = \frac{(a^2 - 1) \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta} \quad (4.5.2-6)$$

De aquí se obtiene Δz

$$\Delta z = \int_{-d/2}^{d/2} \dot{z} \, dx \quad (4.5.2-7)$$

Tras un sencillo cambio, esta integral queda de la forma:

$$\begin{aligned} \Delta z_{\text{MAX}} &= 2 \int_0^{\theta_0} \frac{(a^2 - 1) \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta + a^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{d}{2\theta_0} \right) d\theta = \\ &= \frac{d}{2\theta_0} \ln (\cos^2 \theta_0 + a^2 \sin^2 \theta_0) \end{aligned} \quad (4.5.2-8)$$

La intensidad luminosa en el plano $x=d/2$ será por tanto de la forma mostrada en la fig. 4.5.2.2, que es precisamente el aspecto que presentan los dominios de Williams: unas franjas estrechas e intensas y otras anchas, menos intensas.

Por igualdad de las áreas de los pulsos se llega a:

$$A_1 = \frac{Ad}{d - 2\Delta z_{\text{MAX}}} \quad (4.5.2-9)$$

$$A_2 = \frac{Ad}{d + 2\Delta z_{\text{MAX}}}$$

siendo A = intensidad luminosa de entrada (se supone que no hay atenuación).

Con una distribución luminosa mostrada en la fig. 4.5.2.2, se obtiene una figura de difracción (de Fraunhofer), tal que su intensidad es el cuadrado de la transformada de Fourier espacial de la figura anterior. Esta figura de difracción se muestra en la fig. 4.5.2.3.

Puede comprobarse que aparece la frecuencia espacial $2d$, como se deseaba. Concretamente el cociente entre las intensidades luminosas de los primeros órdenes de difracción de las frecuen-

cias espaciales $2d$ y d viene dado por:

$$\frac{\text{Intensidad luminosa } (\frac{\lambda}{2d})}{\text{Intensidad luminosa } (\lambda/d)} \approx \frac{\left[\text{sinc} \left(\frac{1}{4} - \frac{\Delta z_M}{d} \right) - \text{sinc} \left(\frac{1}{4} + \frac{\Delta z_M}{d} \right) \right]^2}{\left[\text{sinc} \left(\frac{1}{4} - \frac{\Delta z_M}{d} \right) + \text{sinc} \left(\frac{1}{4} + \frac{\Delta z_M}{d} \right) \right]^2} \quad (4.5.2-10)$$

Dentro de la literatura conocida es ésta la primera vez que se demuestra, por un camino teórico, la existencia de la anterior frecuencia espacial, frecuencia ésta que había sido ya obtenida de forma empírica por otros investigadores y que no había encontrado un tratamiento adecuado en los modelos teóricos de Carrol y Kashnow, ya mencionados.

Todo lo anterior es equivalente para las estructuras homogéneas paralelas y perpendiculares en cuña con el sólo cambio de $d = \alpha r_1$. Cuanto más cerca del vértice se trabaje, mayor separación se obtendrá en la pantalla entre los puntos de la figura de difracción. Todo esto ha sido plenamente corroborado por los experimentos realizados en el Laboratorio de Tecnología Electrónica y Electrónica Cuántica.

Por último se referencian unos nuevos dominios obtenidos, en la estructura torsionada en cuña, por el director y el autor de este trabajo, que se muestran en la fig. 4.5.2,4. No se incorpora la explicación de este fenómeno porque se está investigando en él, además de quedar fuera del ámbito del presente estudio.

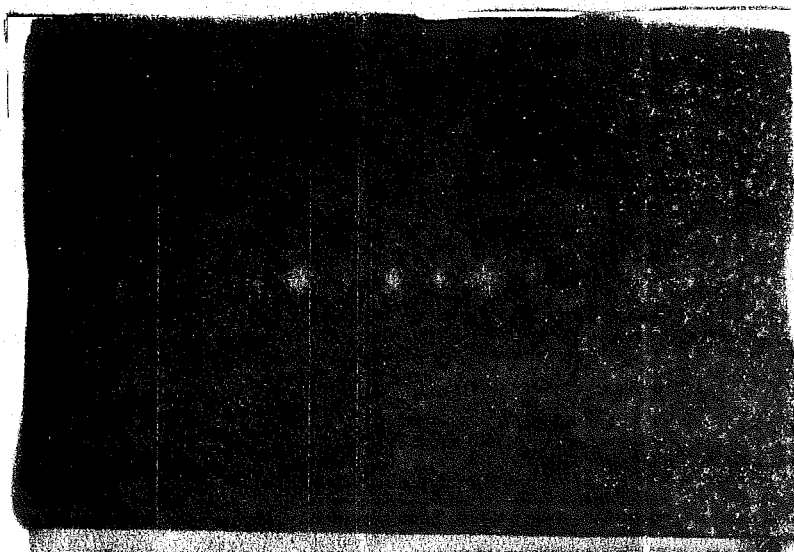
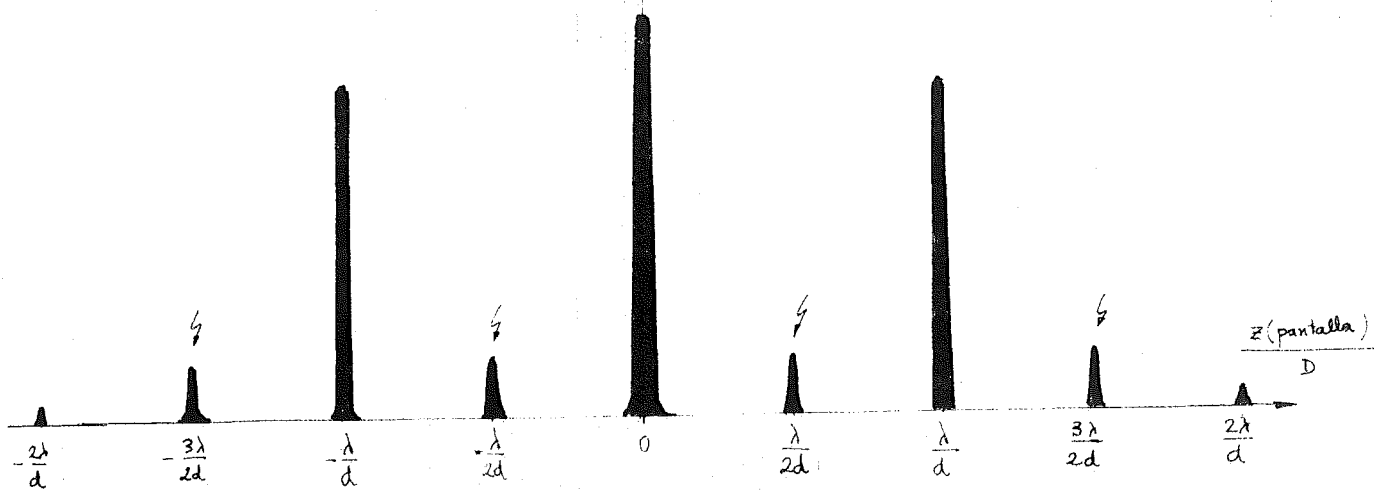
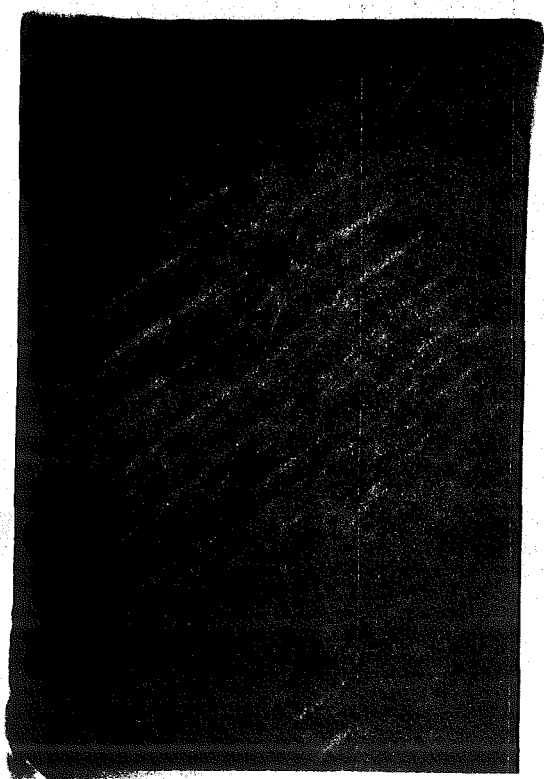
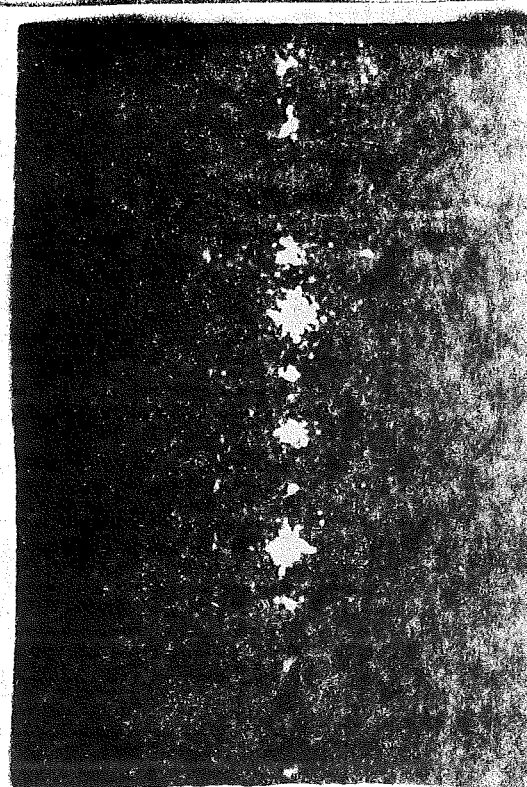


Fig. 5.13 (b)



(a)



(b)

Fig. 5.14

4.5.3. DEFLEXION DE LA RADIACION LUMINOSA POR ESTRUCTURAS EN CUÑA DE CRISTAL LIQUIDO DE ANISOTROPIA DIELECTRICA POSITIVA, CON CAMPOS ELECTRICOS Y MAGNETICOS

El cristal líquido con anisotropía dieléctrica positiva, suministrado por Philips, es una mezcla de MBBA y PEBAB con una fracción molar del 6% de PEBAB. De acuerdo con Michel (ref.110) Baise (ref. 2), Kashnow (ref. 85) y Creagh (ref. 32) para esta fracción molar de PEBAB, la mezcla tiene una anisotropía dieléctrica de 1.35, es decir $\epsilon_a = 1.35 \epsilon_o$. Respecto a las otras constantes del cristal líquido, de acuerdo con los datos técnicos de Philips, puede afirmarse que son prácticamente similares a las de MBBA, ampliamente referenciadas en la bibliografía de cristales líquidos. Su margen nemático está comprendido entre 19° y 42°C.

Sólo se consideran cuñas cuyo ángulo es muy pequeño y por ello se puede considerar, como se dijo en el capítulo III, como estructura plana localmente, facilitando los cálculos. Bajo este supuesto los campos umbrales vienen dados para las estructuras homogéneas (ref. 143) por

$$H_{\text{UMBRAL}} = \frac{\pi}{\alpha r_1} \sqrt{\frac{K}{\chi_a}} \quad (4.5.3-1)$$

$$E_{\text{UMBRAL}} = \frac{\pi}{\alpha r_1} \sqrt{\frac{K}{\epsilon_a}} \quad (4.5.3-2)$$

r_1 es la distancia del vértice de la cuña al punto considerado.

En el caso de aplicar voltajes tiene más sentido trabajar con el voltaje umbral

$$V_{\text{UMBRAL}} = \pi \sqrt{\frac{K}{\epsilon_a}} \quad (4.5.3-3)$$

En cambio para estructuras torsionadas

$$H_{\text{UMBRAL}} = \frac{\pi}{\alpha r_1} \sqrt{\frac{3K}{4\chi_a}} \quad (4.5.3-3a)$$

$$V_{\text{UMBRAL}} = \pi \sqrt{\frac{3K}{4\epsilon_a}} \quad (4.5.3-4)$$

La ventaja de utilizar campos eléctricos se debe a lograr reorientación en toda la estructura simultáneamente, mientras que con campos magnéticos no se llega a reorientar la zona cercana al vértice que es la mejor para lograr mejorar los tiempos de respuesta, como se verá en el apartado 4.6.

En la figura 4.5.3.1 se comparan las zonas realineadas por ambos campos, comprobándose la superioridad de los campos eléctricos. También puede observarse en las expresiones anteriores que el voltaje umbral de la estructura torsionada es menor que el de las estructuras homogéneas.

A continuación se pasa a estudiar las deflexiones producidas por las diferentes configuraciones para campos eléctricos. El caso de campos magnéticos es completamente similar.

A) CONFIGURACION HOMOGENEA PERPENDICULAR

De acuerdo con los resultados obtenidos en el apartado 5.4.1B) y teniendo en cuenta que para campos tanto eléctricos como magnéticos suficientemente intensos, se llega a la configuración homeotrópica, obteniéndose en consecuencia una deflexión angular de valor $\alpha \Delta n$, para una radiación luminosa polarizada perpendicularmente al vértice de la cuña (según el eje y). Para polarización incidente paralela al vértice (eje x) no se consigue ningún efecto deflector porque siempre sale con un $\alpha_o = \alpha(n_o - 1)$, es decir $\alpha_o(v) = \alpha_o$.

Se realizará un estudio aproximado de la variación de α_e , respecto a la tensión aplicada ($\alpha_e(v)$). La portación de cada zona de la estructura al ángulo de salida se puede conocer mediante la integral

$$\alpha_e(v) = \alpha(n_e - \frac{2\Delta n}{\pi\alpha} \int_0^\alpha \delta(v) d\phi - 1) \quad (4.5.3-5)$$

donde $\delta = \cos^{-1}(\hat{n} \cdot \hat{r})$

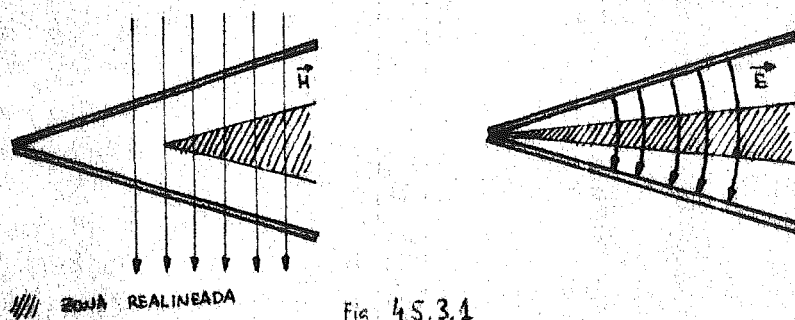


Fig. 4.5.3.1

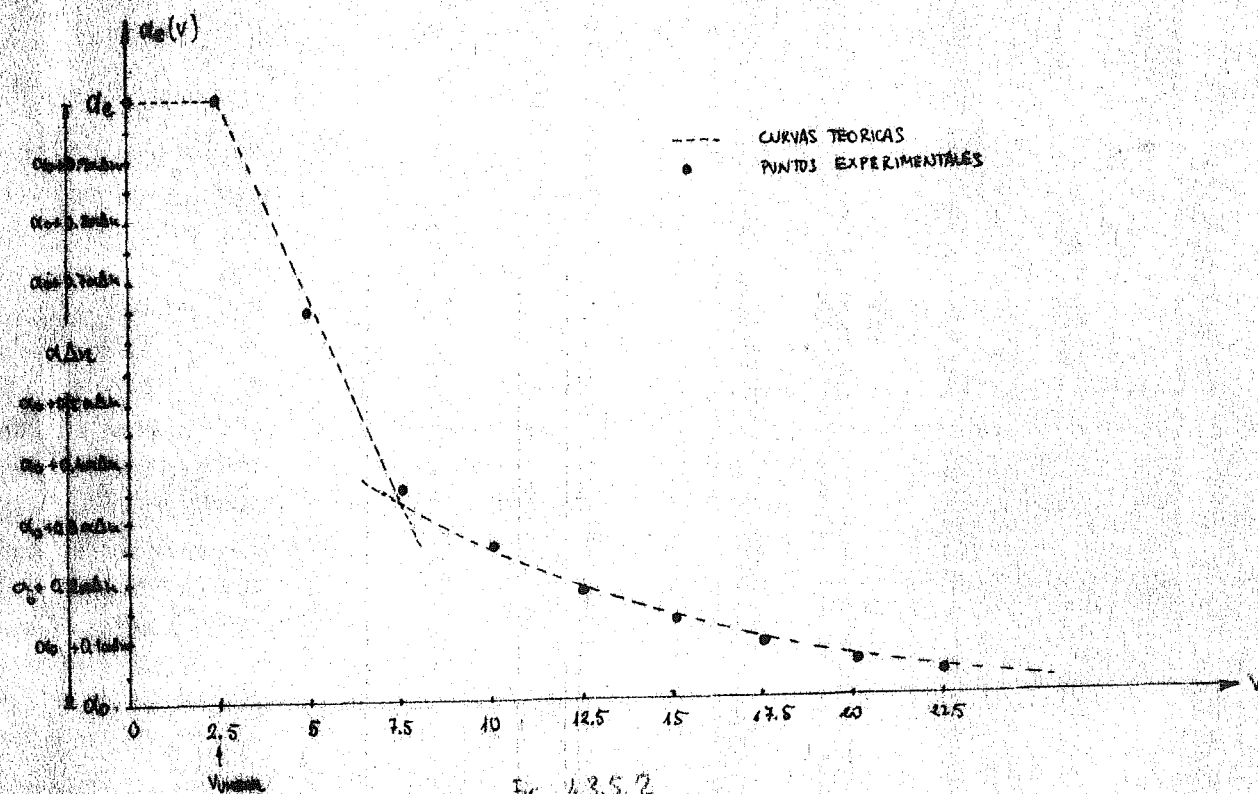


Fig. 4.5.3.2

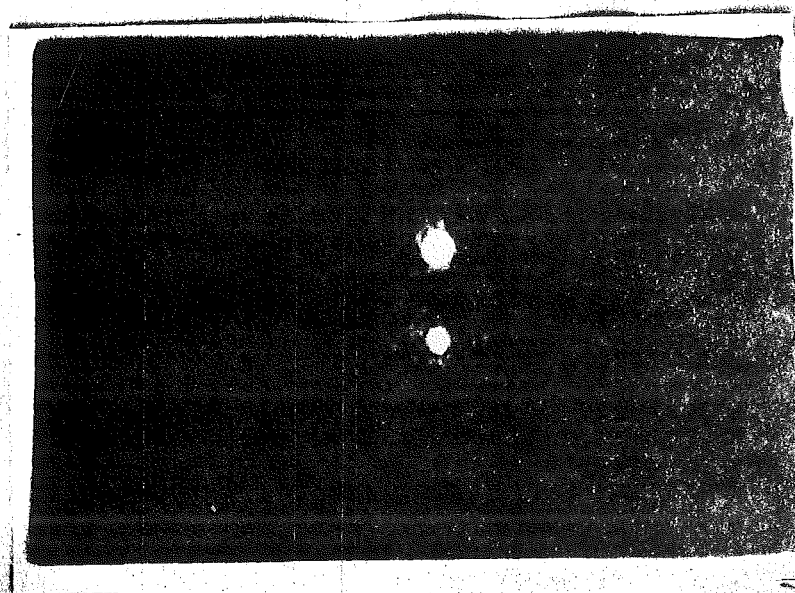


Fig. 4.5.3.3

La variación de $\delta(v)$ ya ha sido estudiada en las referencias de cristales líquidos, pudiéndose distinguir dos zonas:

$$a) v_u \leq v < 3v_u$$

$$b) 3v_u < v$$

En a) se puede simplificar la variación de $\delta(v)$, considerando que es recta, por lo tanto $\delta(v)_{MAX} \left(\phi = \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \left(\frac{v}{v_u} - 1\right)$, siendo la variación en ϕ de forma sinusoidal, $\delta(v) = \delta(v)_{MAX} \sin\left(\pi \frac{\phi}{\alpha}\right)$.

De todo ello se obtiene, sustituyendo en (4.5.3-5):

$$\alpha_e(v) = \alpha_e - \frac{\alpha \Delta n}{\pi} \left(\frac{v}{v_u} - 1\right) \quad (v_u \leq v < 3v_u) \quad (4.5.3-6)$$

En b) se puede aplicar el tratamiento ideado por De Gennes, medio semiinfinito (ref. 48), es decir $\delta(v) = \pi/2$ en una zona central que ocupa $(\alpha r_1 - 2e\xi_E)$ y en las zonas restantes la variación es lineal desde $\delta(v) = \pi/2$ a $\delta(v) = 0$ [en las paredes ($\phi=0$ y $\phi=\alpha$)].

Por ello, sustituyendo en (4.5.3-5), se llega a:

$$\alpha_e(v) = \alpha_e - \alpha \Delta n \left(1 - \frac{e}{\pi} \frac{v_u}{v}\right) \quad (v > 3v_u) \quad (4.5.3-7)$$

En la fig. 4.5.3.2 se muestran los valores de $\alpha_e(v)$ obtenidos experimentalmente, comparados con la teoría simplificada aquí expuesta. Puede observarse el acuerdo existente entre ellos. Para este cristal líquido $\epsilon_a = 1.35 \epsilon_o$.

En realidad la característica que define a un deflector es el cociente entre la deflexión angular y la divergencia del laser empleado, que también se conoce como el número de puntos resolubles en la deflexión. En este caso el tubo empleado LT-05R, tiene una divergencia de 1.3 mrad. Por lo tanto:

$$\frac{\alpha \Delta n}{\text{divergencia}} = \frac{1.5 \times 0.2}{180 \times 1.3 \times 10^{-3}} \approx 4$$

que coincide con el valor obtenido experimentalmente, como se muestra en la fotografía adjunta (fig. 4.5.3.3).

Evidentemente se puede lograr mayor número de puntos resolubles aumentando α o trabajando con Δn mayores (variando la frecuencia de la radiación o la temperatura).

Como se expondrá en el apartado 4.6 la ventaja fundamental de este sistema deflector es la drástica reducción de los tiempos de subida y bajada, característicos de su respuesta dinámica.

Con campos magnéticos también se logra la deflexión, pero no es ventajosa debido al gran consumo y a la imposibilidad de alcanzar los tiempos de respuesta logrados con campos eléctricos.

La influencia de la temperatura y de la frecuencia de la radiación luminosa en los ángulos de salida puede comprobarse sustituyendo los valores obtenidos en el capítulo II en las fórmulas deducidas.

Como norma puede decirse que conviene trabajar con longitudes de onda pequeñas, porque Δn aumenta, pero sin olvidar que la absorción de la radiación luminosa por parte del cristal líquido es mayor conforme disminuye λ :

Respecto a la temperatura conviene trabajar con temperaturas bajas, siempre dentro de la fase nemática, porque Δn aumenta, pero sin olvidar que la respuesta dinámica mejora conforme sube la temperatura, debiendo llegar por tanto a una solución de compromiso en los dos casos.

B) CONFIGURACION HOMOGENEA PARALELA

Los resultados son los mismos que en el caso anterior, pero teniendo en cuenta que aquí el rayo incidente, polarizado se

gún el eje y , es el ordinario y para él $\alpha_o(v) = \alpha_o$. Para el rayo incidente polarizado según el eje x , el extraordinario, se cumple la relación $\alpha_e(v)$ obtenida anteriormente. Los resultados experimentales corroboran la teoría expuesta. En este sistema deflector se logra asimismo la reducción drástica de los tiempos de subida y bajada, debido a la mínima distancia entre electrodos, cerca del vértice de la estructura.

Respecto a la aplicación de campos magnéticos su comportamiento ya se ha comentado en el caso anterior.

C) CONFIGURACION TORSIONADA

La ventaja que presenta esta configuración respecto a las anteriores es el poco voltaje necesario para lograr la deflexión completa, tal como se muestra en la fig. 4.5.3.4. Este comportamiento con el voltaje se debe a que para $v \approx 3v_u$, el realineamiento en el centro de la estructura es casi completo, y por ello $\Delta n' \approx 0$, resultando $\omega \approx \pi/2$ y por lo tanto no se cumple ya la rotación de Maugin. Otra ventaja radica en que en este caso el voltaje umbral es menor que el de las anteriores configuraciones.

Por otra parte hay que tener en cuenta lo expuesto en el apartado anterior respecto a la zona de validez de la aproximación de Maugin en la fig(4.5.1.6) que limita la respuesta dinámica mostrada en la fig(4.5.3.5).

Por último reseñar la posibilidad de utilizar todos estos sistemas deflectores como moduladores, colocando un sistema detector de la intensidad luminosa en el punto de la pantalla donde llega el rayo con $\alpha_e(0)$. Al variar el voltaje, por encima del umbral, se varia α_e y por tanto se logra la modulación digital. El montaje es similar al mostrado en la fig. 4.6.1.

Con este tipo de estructuras se logra asimismo separar

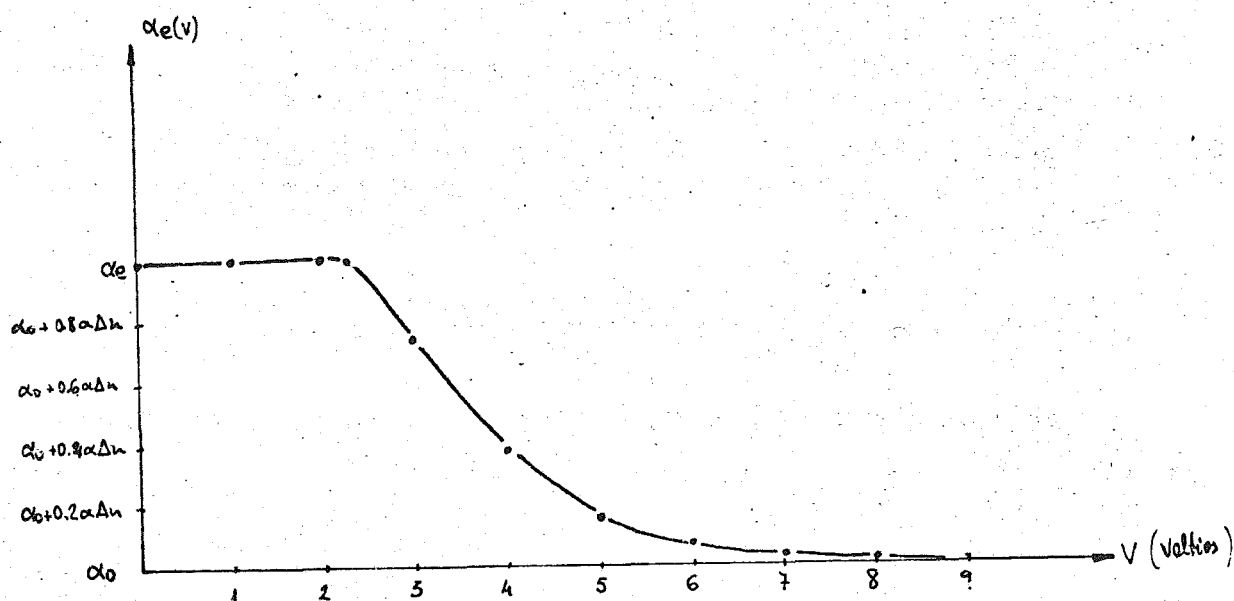


Fig. 4.5.3.4

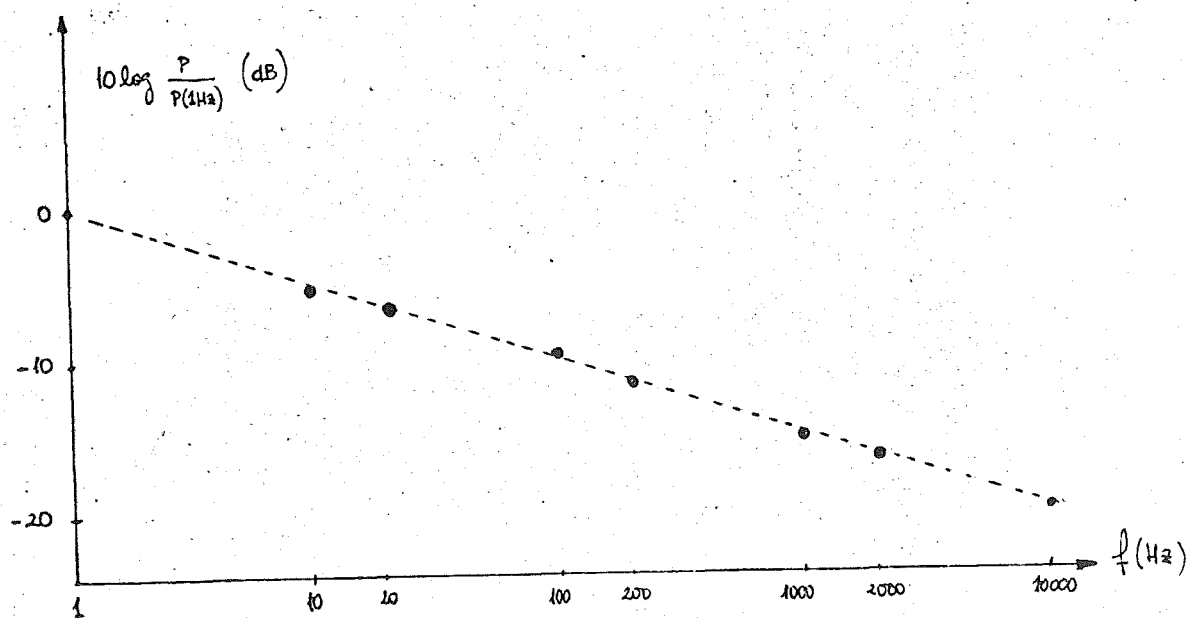


Fig. 4.5.3.5

el rayo portador de la información ($\alpha_e(v)$) del rayo ordinario que puede considerarse como ruido, mejorando considerablemente la relación señal/ruido en el caso de aplicar estas estructuras como moduladores.

Con objeto de mejorar la eficiencia de todos estos sistemas habría que tener en cuenta el ángulo de Brewster.

4.6. DINAMICA DE LAS ANTERIORES ESTRUCTURAS

Hasta ahora solo se han supuesto campos constantes aplicados intensos. Se pasa a considerar, de una manera aproximada, la respuesta dinámica de las anteriores estructuras. En el estudio de estructuras planas, la ecuación que proporciona la orientación molecular de equilibrio, viene dada (ref.124), (ref.134) y (ref. 96) por:

$$K \frac{d^2\theta}{dz^2} + \chi_a H^2 \sin \theta \cos \theta = 0 \quad (4.6-1)$$

donde los símbolos empleados son equivalentes a los definidos en el capítulo III.

Se puede identificar el primer término de la ecuación (4.6-1) como el par elástico producido por el medio y el segundo como el par magnético (también podía haberse empleado campo eléctrico) de acuerdo con Hareng (ref.69).

Con objeto de simplificar todo lo posible y lograr una aproximación de primer orden, de forma sencilla, se puede suponer la inercia despreciable y no considerar los efectos del reflujo de acuerdo con Brochard (ref.17). Por lo tanto el par producido por la viscosidad (considerando solamente rotaciones puras) vendrá dado por $\gamma_m \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$, donde γ_m es la viscosidad medida en el apartado 2.7, quedando la ecuación de equilibrio reducida a

$$K \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \chi_a H^2 \sin \theta \cos \theta = \gamma_m \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.6-2)$$

Se aplicarán estos conceptos a las estructuras estudiadas en este trabajo.

Por último señalar que el caso de campos eléctricos en estructuras planas fue estudiado por Jakeman y Raynes (ref.78) y los efectos del reflujo con campos magnéticos en estructuras planas fue estudiado por Pieranski (ref.124).

4.6.1. DINAMICA EN ESTRUCTURAS CILINDRICAS

El único caso que se considerará es el del campo transversal aplicado a una estructura homogénea, porque sólo en este caso se ha logrado una deflexión apreciable y por lo tanto una medida de la respuesta dinámica. Asimismo se considera que el campo magnético está aplicado en forma de pulsos ideales.

La ecuación obtenida para este caso (3.2.44) fue:

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} + \sin \theta \cos \theta \left(\frac{1}{\xi_H^2} \right) = 0 \quad (4.6.1-1)$$

que resulta, para variaciones pequeñas de θ , proporciona la existencia de un campo magnético umbral

$$H_u \approx \frac{2.4}{R} \sqrt{\frac{K}{\chi_a}} \quad (4.6.1-2)$$

siendo la variación de θ aproximadamente

$$\theta \approx \theta_m J_0 \left(\frac{2.4}{R} r \right) \quad (4.6.1-3)$$

donde θ_m es el valor de θ para $r=0$.

Suponiendo variaciones pequeñas de θ , y de acuerdo con (4.6-2), se llega a la ecuación dinámica siguiente (en el caso de aplicar un campo H)

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\theta}{\xi_H^2} = \frac{\gamma_m}{K} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.6.1-4)$$

Sustituyendo la expresión (4.6.1-3) en ella se obtiene

$$\left[- \left(\frac{2.4}{R} \right)^2 + \frac{1}{\xi_H^2} \right] \theta_m = \frac{\gamma_m}{K} \frac{d\theta_m}{dt} \quad (4.6.1-5)$$

que resuelta, queda:

$$\theta_m = \text{cte } e^{\frac{Kt}{\gamma_m} \left[\frac{1}{\xi_H^2} - \left(\frac{2.4}{R} \right)^2 \right]} \quad (4.6.1-6)$$

siendo por lo tanto la constante de tiempo de subida:

$$\tau_{\text{SUBIDA}} = \frac{\gamma_m}{K \left[\frac{1}{\xi_H^2} - \left(\frac{2.4}{R} \right)^2 \right]} \quad (4.6.1-7)$$

donde teniendo en cuenta (4.6.1-2) y sustituyendo el valor de ξ_H^2 , se llega a la expresión simplificada:

$$\tau_{\text{SUBIDA}} = \frac{\gamma_m}{\chi_a [H^2 - H_u^2]} \quad (4.6.1-8)$$

Aunque esta expresión es sólo para pequeñas variaciones de θ (alrededor de $\theta=0$) proporciona el sentido físico necesario para conocer aproximadamente la respuesta dinámica de subida de las estructuras cilíndricas.

Cuando se suprime el campo magnético aplicado ($H=0$) la ecuación dinámica pasa a ser

$$K \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) = \gamma_m \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.6.1-9).$$

sustituyendo en ella la expresión de θ (4.6.1-3) se llega a

$$\left[- \left(\frac{2.4}{R} \right)^2 \right] \theta_m = \frac{\gamma_m}{K} \frac{d\theta_m}{dt} \quad (4.6.1-10)$$

que resulta proporciona la ecuación

$$\theta_m = \text{cte} \cdot e^{\frac{Kt}{\gamma_m} \left[- \left(\frac{2.4}{R} \right)^2 \right]} \quad (4.6.1-11)$$

siendo por lo tanto la constante de tiempo de bajada

$$\tau_{\text{BAJADA}} = \frac{\gamma_m}{K \left(\frac{2.4}{R} \right)^2} \quad (4.6.1-12)$$

que también puede expresarse como:

$$\tau_{\text{BAJADA}} = \left(\frac{R}{2.4} \right)^2 \frac{\gamma_m}{K} \quad (4.6.1-13)$$

Es interesante comparar este resultado con el similar para estructuras planas que es $\tau_{\text{BAJADA}} = \left(\frac{d}{\pi} \right)^2 \frac{\gamma_m}{K}$, indicando que

para $R = d/2$ el tiempo de bajada (para igual d) en guías cilíndricas es menor que en guías planas.

Los resultados aquí mostrados son completamente nuevos, habiendo sido comprobados experimentalmente.

Para $R = 0.5$ mm., utilizando nemático fase 5, se obtuvo un campo umbral experimental de 150 gauss (temperatura ambiente) mientras que el campo umbral teórico es de 110 gauss.

El tiempo de bajada medido en las mismas condiciones fue de 12 seg. mientras que el teórico es de 14.8 sg. Para un valor de $H=750$ gauss (relé) se midió un tiempo de subida de 300 m seg., cuando el valor teórico es de 334 m seg.

Asimismo para otra muestra de $R=160$ μ m se midieron para las mismas condiciones el campo umbral, 400 gauss, el tiempo de bajada, 1.7 seg., y el tiempo de subida ($H = 750$ gauss), 400 m seg. Estos resultados deben compararse con los predichos teóricamente que son $H_u = 350$ gauss, $\tau_B = 1.5$ seg. y $\tau_S = 418$ m seg., mostrando un excelente acuerdo.

4.6.2. DINAMICA DE ESTRUCTURAS EN CUÑA

Se realizará un estudio similar al del apartado anterior, para estructuras homogéneas paralelas en cuña, con campos magnéticos transversales (H_x). Como ya se sabe por el apartado 3.3.1, este caso es similar a la estructura plana (con distancia variable) y por lo tanto existirá un campo umbral que se determinará. Este campo umbral no se ha determinado anteriormente porque sólo se han considerado campos intensos, sin embargo es necesario conocer este campo para determinar la respuesta dinámica de la cuña.

En el apartado 3.3.1 se obtuvo la ecuación de equilibrio (3.3.1-7) para ángulo α pequeño que aquí se repite por comodidad (referenciada a la fig. 3.3.1.1).

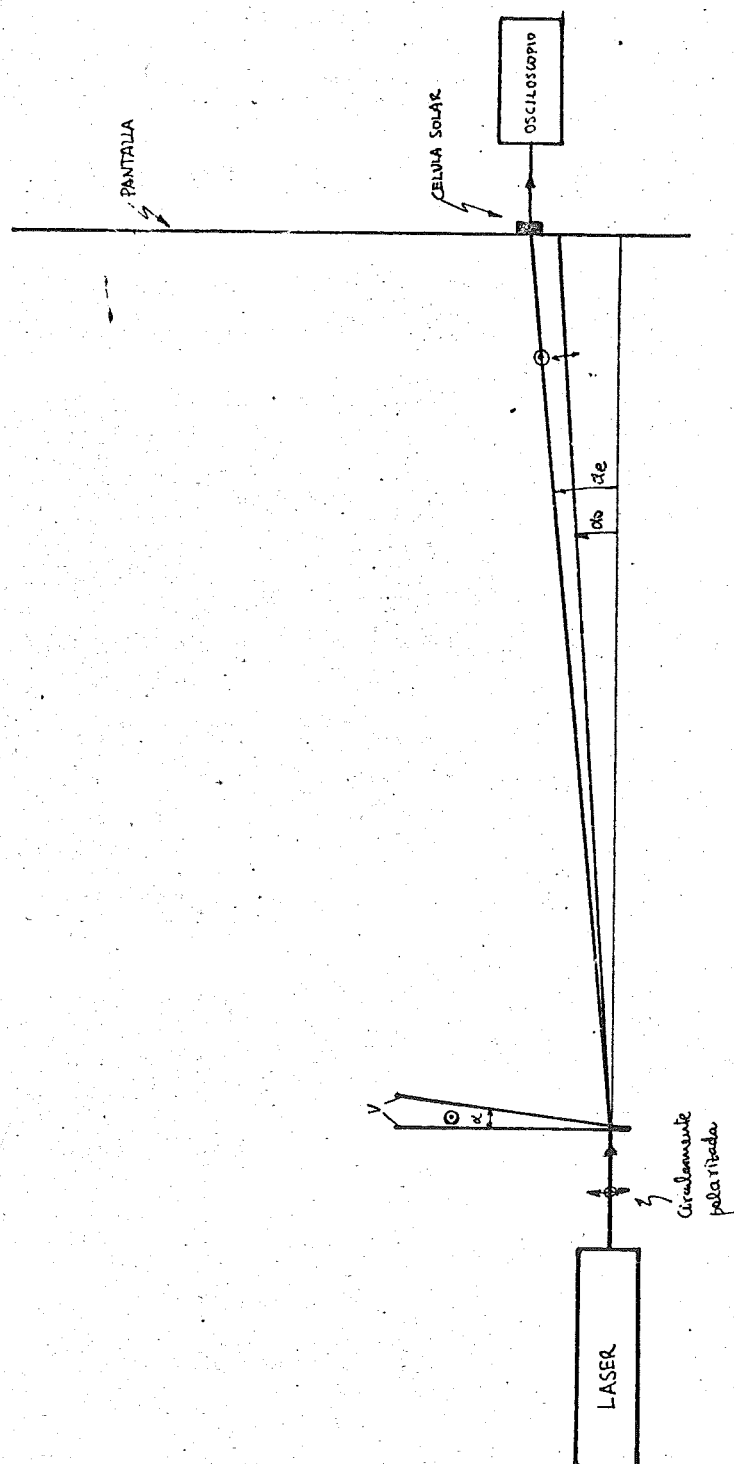


Fig. 4.6.1

$$\frac{d^2\theta}{r_1^2 d\phi^2} = -\frac{\text{sen } \theta \cos \theta}{\xi_H^2} \quad (4.6.2-1)$$

Para pequeñas variaciones de θ (por encima del campo umbral) queda simplificada de la forma:

$$\frac{d^2\theta}{r_1^2 d\phi^2} + \frac{\theta}{\xi_H^2} = 0 \quad (4.6.2-2)$$

su solución es $\theta = \theta_m \cos\left(\frac{x_1}{\xi_H}\right)$ donde $x_1 = r_1(\phi - \pi/2)$ y r_1 es la distancia del vértice de la cuña a la zona considerada.

Para que se cumplan las condiciones de contorno ($\theta = 0$, $\phi = \frac{\pi}{2} \pm \frac{\alpha}{2}$) se llega a:

$$\xi_H(\text{UMBRAL}) = \frac{\alpha r_1}{\pi} \quad (4.6.2-3)$$

Por lo tanto

$$H_{\text{UMBRAL}} = \frac{\pi}{\alpha r_1} \sqrt{\frac{K}{\chi_a}} \quad (4.6.2-4)$$

y

$$\theta = \theta_m \cos\left(\frac{\pi x_1}{\alpha r_1}\right) \quad (4.6.2-5)$$

donde θ_m es el valor de θ para $\phi = \pi/2$.

Una vez conocido el campo umbral se pasa a estudiar los tiempos de respuesta. Al aplicar un escalón ideal de campo magnético la ecuación que rige la respuesta dinámica viene dada, de acuerdo con lo expuesto en el apartado 4.6, por:

$$K \frac{\partial^2 \theta}{r_1^2 \partial \phi^2} + \chi_a H^2 \text{sen } \theta \cos \theta = \gamma_m \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.6.2-6)$$

Para pequeñas variaciones de θ (para $H \geq H_{\text{UMBRAL}}$) resulta la ecuación:

$$K \frac{\partial^2 \theta}{r_1^2 \partial \phi^2} + \chi_a H^2 \theta = \gamma_m \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.6.2-7)$$

Sustituyendo la expresión (4.6.2-5) en ella, se obtiene

$$\left[-K \left(\frac{\pi}{\alpha r_1} \right)^2 + \chi_a H^2 \right] \theta_m = \gamma_m \frac{d\theta_m}{dt} \quad (4.6.2-8)$$

que resulta, queda de la forma:

$$\theta_m = \text{cte } e^{\frac{t}{\gamma_m} \left[\chi_a H^2 - K \left(\frac{\pi}{\alpha r_1} \right)^2 \right]} \quad (4.6.2-9)$$

por lo tanto

$$\tau_{\text{SUBIDA}} = \frac{\gamma_m}{\chi_a \left[H^2 - H_{\text{UMBRAL}}^2 \right]} \quad (4.6.2-10)$$

donde H_u está definido en (4.6.2-4).

Resulta curioso el hecho de coincidir formalmente los tiempos de subida de las estructuras cilíndricas y en cuña, aunque al ser diferentes sus campos umbrales, sus valores serán asimismo distintos.

Aunque esta expresión es sólo válida para pequeñas variaciones de θ (alrededor de $\theta=0$) proporciona el sentido físico necesario para conocer aproximadamente la respuesta dinámica de subida de las estructuras en cuña.

Cuando se suprime el campo magnético aplicado ($H=0$) la ecuación dinámica pasa a ser:

$$K \frac{\partial^2 \theta}{r_1^2 \partial \phi^2} = \gamma_m \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.6.2-11)$$

sustituyendo en ella la expresión de θ (4.6.2-5) se llega a

$$\left[- \left(\frac{\pi}{\alpha r_1} \right)^2 \right] \theta_m = \frac{\gamma_m}{K} \frac{d\theta_m}{dt} \quad (4.6.2-12)$$

que resulta proporciona la ecuación

$$\theta_m = \text{Cte } e^{\frac{Kt}{\gamma_m} \left(- \left(\frac{\pi}{\alpha r_1} \right)^2 \right)} \quad (4.6.2-13)$$

siendo por lo tanto la constante de tiempo de bajada es:

$$\tau_{\text{BAJADA}} = \left(\frac{\alpha r_1}{\pi} \right)^2 \frac{\gamma_m}{K} \quad (4.6.2-14)$$

En el caso de emplear campos eléctricos (con anisotropía dieléctrica positiva) los resultados son similares, solo cambia el campo eléctrico umbral

$$E_{\text{UMBRAL}} = \frac{\pi}{\alpha r_1} \sqrt{\frac{K}{\epsilon_a}} \quad (4.6.1-15)$$

Por lo tanto el voltaje umbral es independiente de la distancia entre electrodos

$$V_{\text{UMBRAL}} = \pi \sqrt{\frac{K}{\epsilon_a}} \quad (4.6.2-16)$$

Aquí radica una de las ventajas de la utilización de campos eléctricos. El reorientamiento es simultáneo en toda la estructura. Los tiempos de subida y bajada son de la forma:

$$\tau_{\text{SUBIDA}} = \frac{(\alpha r_1)^2 \gamma_m}{\epsilon_a (V^2 - V_{\text{UMBRAL}}^2)} \quad (4.6.2-17)$$

$$\tau_{\text{BAJADA}} = \left(\frac{\alpha r_1}{\pi}\right)^2 \frac{\gamma_m}{K} \quad (4.6.2-18)$$

Puede observarse la gran ventaja de las cuñas porque para α pequeños y cerca del vértice ($r_1 \ll$) se reducen estos tiempos considerablemente.

Para la mezcla MBBA-PEBAB ($\epsilon_a = 1.35 \epsilon_0$, $K \approx 6.5 \times 10^{-12}$ N., $\gamma = 20$ cp, $T = 20^\circ\text{C}$) se obtiene un valor teórico del voltaje umbral de 2.3 voltios, mientras que el voltaje obtenido experimentalmente fue de 2.7 voltios.

En una cuña con $\alpha \approx 1^\circ$, se aplicaron pulsos positivos de 60 v de pico, haciendo incidir el laser en el vértice de ella, de forma que la mitad del punto luminoso incidiera en el cristal líquido. Esto último es equivalente a tomar:

$$r_1 \approx \frac{\text{diámetro del haz } (1/e^2)}{4}$$

El tubo de He-Ne usado (LT-05R) tiene un diámetro de haz de 0.4 mm y por lo tanto se puede considerar $r_1 \approx 0.1$ mm, es decir $\alpha r_1 \approx 1.5 \mu\text{m}$.

Los tiempos de subida y bajada medidos en estas condiciones fueron 2 μseg . y 80 μseg . respectivamente, mientras que los valores teóricos obtenidos son 0.1 μseg . y 70 μseg .

El caso de estructura homogénea perpendicular es completamente similar (dentro de aproximaciones de primer orden), sin embargo la estructura torsionada posee características mucho más difíciles de estudiar, fundamentadas en la complicación de los flujos hidrodinámicos provocados en su interior. La dinámica de estructuras planas torsionadas ha sido estudiada por Berreman (ref. 9 y ref. 7), Van Doorn (ref. 37), Gerritsma (ref. 50) y Tarry (ref. 153). La característica típica es la aparición de sobreimpulsos en la respuesta del cristal líquido ante la aplicación de pulsos positivos. Estos sobreimpulsos se han observado asimismo en las estructuras en cuña. Fundamentalmente la respuesta es similar con un pequeño retardo provocado por estas formas de onda. Por otra parte hay que tener en cuenta que para distancias pequeñas, de acuerdo con lo estudiado en el subapartado D del apartado 4.5.1, la distancia mínima entre electrodos (para la cuña con esta configuración) se calculó de acuerdo con los métodos de la esfera de Poincaré, resultando ser $\alpha r_1 \approx 1.8 \mu\text{m}$.

En el caso de utilizar cristales líquidos con anisotropía dieléctrica negativa, las respuestas vienen determinadas fundamentalmente por el tamaño de los dominios electrohidrodinámicos, como ha indicado Jakeman (ref. 78).

Como ya es conocido, para frecuencias aplicadas por debajo de la frecuencia f_c , que separa los regímenes de conducción y dieléctrico, aparecen unos dominios del orden de la distancia entre electrodos, que de acuerdo con lo expuesto en los apartados 3.3.1 y 3.3.2, es αr_1 , siendo equivalentes por lo tanto a los resultados obtenidos anteriormente. El voltaje umbral es prácticamente independiente de la distancia. Cuando αr_1 es muy pequeño aparece el efecto de la red de difracción variable, disminuyendo de tamaño de los dominios y por tanto los tiempos de respuesta. Asimismo la dispersión dinámica es mucho menor.

Para frecuencias superiores a f_c , el campo umbral es proporcional a $f^{1/2}$ y no depende de la distancia entre electrodos

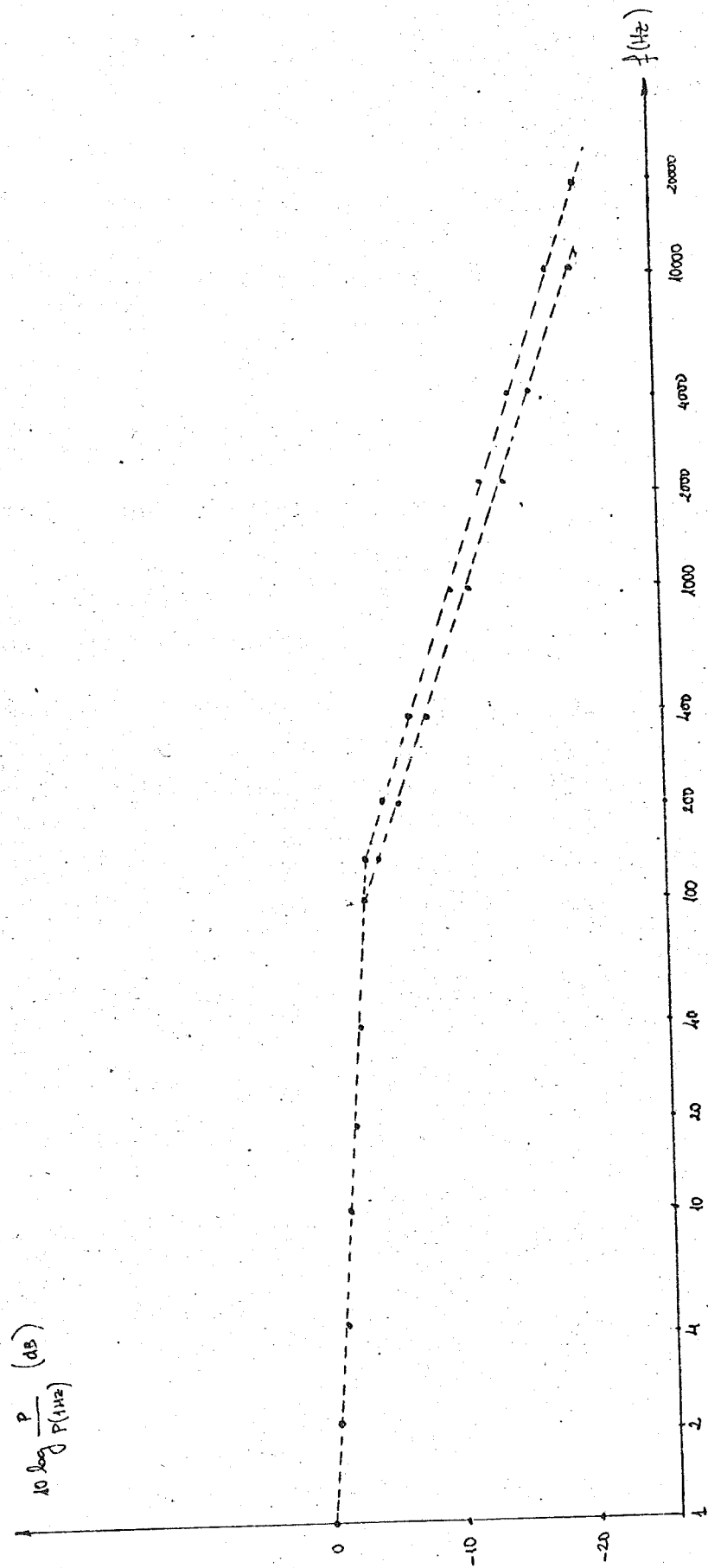


Fig 4.6.2

(al contrario del caso anterior). Es decir

$$V_{\text{UMBRAL}} \propto (\alpha r_1 \sqrt{f})$$

siendo por lo tanto un factor limitador de la frecuencia, donde poder lograr las estriaciones características conocidas como "chevrons". Al trabajar cerca del borde se puede superar este voltaje umbral para voltajes moderadamente altos. Por otra parte la frecuencia(q) de estas estriaciones es proporcional a $f^{1/2}$. El tiempo de relajación de estos dominios, de acuerdo con De Gennes (ref. 48) viene dado por:

$$\tau = \frac{\gamma_m}{K q^2}$$

q = frecuencia espacial de las estriaciones

Al ser q proporcional a \sqrt{f} , el tiempo de relajación es inversamente proporcional a la frecuencia aplicada, pudiendo lograrse tiempos de respuesta tanto más pequeños cuanto más alta sea la frecuencia aplicada. La frecuencia máxima vendrá limitada por el voltaje umbral.

En la fig. 4.6.1. se muestra el montaje utilizado como modulador, donde la célula solar se situó en el punto, de la pantalla, donde incide el rayo extraordinario. La modulación se logra debido a que la intensidad luminosa difractada a otros puntos provoca una disminución de esta en el orden cero de la figura de difracción (punto donde se colocó la célula solar).

Se utilizaron pulsos positivos de 60 v de pico, con Fase 5. La respuesta en frecuencias obtenida se muestra en la fig. 4.6.2. Puede observarse la clara identificación de $f_c = 100$ Hz y de los dos regímenes característicos (conducción y dieléctrico).

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

El trabajo desarrollado en la presente Tesis Doctoral se ha centrado esencialmente en el estudio y la implementación de dispositivos basados en cristales líquidos del tipo nemático con posibilidad de uso como deflectores de radiación luminosa y, ocasionalmente, como moduladores de la misma.

De los estudios realizados, tanto teóricos como empíricos, se ha llegado a las siguientes conclusiones:

1) Son posibles los deflectores de luz, basados en estructuras cilíndricas con deflexión del tipo magneto-óptico, tanto para alineamientos homogéneos como homeotrópicos. De las experiencias realizadas se ha podido inferir el que las características de la deflexión obtenida no son las idóneas para su uso en dispositivos de uso convencional. Los rayos emergentes, y en particular el deflectado con mayor ángulo de salida, presentan un notable valor de su divergencia, ampliada considerablemente con respecto a la propia del láser empleado.

Además, al ser solo posible el empleo de campos magnéticos, su empleo en Optica Integrada no parece fácil.

Por otra parte, el estudio teórico desarrollado, de estas estructuras ha ofrecido soluciones de carácter analítico no obtenidas por otros grupos. Estas soluciones han perfeccionado algunos intentos previos, resueltos por cálculo numérico, proporcionando un sentido físico del que aquellos carecían. Con estas soluciones, además de explicarse los resultados experimentales obtenidos, han podido aclararse otros de otros grupos.

2) Se han desarrollado unas nuevas estructuras deflectoras, las en cuña, totalmente originales, cuyo uso no había sido adelantado por ningún investigador del tema.

Estas estructuras han demostrado empíricamente su posibilidad de empleo en la aplicación pretendida.

Los resultados obtenidos han aumentado en dos ordenes de magnitud los dispositivos análogos empleados hasta la fecha. Las frecuencias superiores de deflexión obtenidas han sido de 12,5 KHz mientras que los alcanzados hasta la fecha eran de orden de 100 Hz.

Las modulaciones y deflexiones conseguidas lo han sido con campos eléctricos y magnéticos. El uso de los primeros implica la posibilidad de realización de dispositivos con muy pequeño consumo de energía y, en consecuencia, de facil empleo en muy diversos usos.

La estructura en cuña, además de poder trabajar con distancias entre electrodos mucho más pequeñas que las usadas hasta hoy, ofrece la ventaja de separar directamente la radiación incidente en dos rayos. Como la información esta contenida esencialmente en uno de ellos, la posibilidad de su detección posterior, con menor ruido, es mucho más favorable.

Además, por la propia configuración adoptada y las muy pequeñas dimensiones en juego, la posibilidad de su uso en Optica Integrada y, consecuentemente para Comunicaciones Opticas, parece idónea.

El estudio teórico desarrollado de estas estructuras, llevado obviamente a cabo por vez primera, puede considerarse prácticamente exhaustivo ya que han sido analizadas todas las configuraciones posibles. En ellas se ha encontrado la posición y el ángulo de salida sin y con campos eléctricos y magnéticos.

Los resultados empíricos han coincidido completamente con la teoría presentada, lo que confirma su validez.

3) Las estructuras de las agrupaciones moleculares (dominios) existentes en el interior de estas estructuras son notoriamente mas complejas que las reportadas para las estructuras paralelas. La existencia de dominios paralelos, análogos a los de Willians, que habían sido conocidos hasta frecuencias de 100 Hz,

parece extenderse aquí hasta valores superiores a los 10 KHz. Su explicación, al igual que la de los ya conocidos, ofrece problemas de tipo electrodinámico que aún no han sido resueltos ni para los casos más simples. El campo de investigación queda abierto para posteriores trabajos.

4) Como resumen de lo anterior puede ofrecerse, como principal logro del presente trabajo, la posibilidad real de obtención de dispositivos fácilmente integrables con unas características que, en esta primera fase, son ya bastantes próximas a las realizadas con materiales sólidos convencionales.

Asimismo, la facilidad de su construcción, la relativa economía del material usado y su gran versatilidad de aplicaciones hacen de estas nuevas estructuras unos potenciales candidatos para su empleo en Comunicaciones Ópticas, hecho esto que hasta la conclusión del presente estudio era solo una mera hipótesis.

FUTUROS TRABAJOS

De acuerdo con lo expuesto en los anteriores apartados del presente Capítulo de conclusiones las líneas de trabajo que quedan abiertas basadas en este trabajo pueden sintetizarse en los siguientes puntos:

- 1.- Mejora de los tiempos de respuesta de los dispositivos deflectores.
- 2.- Caracterización del comportamiento interno de las moléculas en cada una de las configuraciones presentadas.
- 3.- Reducción del tamaño para permitir su integración.
- 4.- Estudio de la estabilidad frente a factores externos (temperatura, luz ...) y degradación temporal.
- 5.- Optimización del tratamiento de las paredes y estudio de los métodos mas adecuados para estructuras homogéneas y homotrópicas.

6.- Realización de sistemas de detección de mayor sensibilidad que los aquí empleados.

7.- Empleo de los dispositivos obtenidos para aplicaciones reales de Comunicaciones Ópticas.

El primer punto, por razones que sería demasiado largo exponer aquí, queda en cierta forma ajeno a las posibles realizaciones dentro del Departamento en el que se ha efectuado este trabajo. Los tiempos de respuesta, como ya se ha visto parcialmente, dependen en parte de la configuración geométrica y en parte del propio nemático. El primer factor se ha visto notoriamente mejorado con lo aportado aquí pero para el segundo es necesario un trabajo de tipo más químico que físico. Para su desarrollo sería necesaria la colaboración con Departamentos de Química o de Físico-química.

El segundo ha sido ya iniciado en parte, aunque el trabajo que queda es aún muy grande. La prueba de esto se encuentra en el hecho de que las estructuras más simples conocidas, los dominios de Williams, cuyo conocimiento data de 1963, están aún por justificar en su totalidad. No se conoce aún la completa carta de estabilidad de las estructuras usadas, con tensión en función de la frecuencia, más que hasta frecuencias próximas a los 1000 Hz. Existen un cierto número de dominios a frecuencias superiores cuya explicación aún ni se ha esbozado, y este número aumenta de forma continua. El trabajo a desarrollar deberá centrarse en el estudio de la electrodinámica de las posibles configuraciones.

El resto de los puntos se estima que son factores de tipo más puramente tecnológico que de investigación pura. Para su desarrollo debería establecerse una colaboración íntima con industrias del Sector interesadas en el tema ya que este queda, en cierta forma, fuera del puro ámbito universitario. Afortunadamente quedan aún unos pequeños puntos que precisar y que pueden seguir desarrollándose por un cierto tiempo dentro del ámbito universitario. Están centrados, esencialmente, en torno a los puntos cuarto y quin

to y, parcialmente, a los sexto y séptimo. Para su estudio, así como para los dos primeros se sugieren aquí las siguientes

RECOMENDACIONES

a) Profundizar en la caracterización de nuevos tipos de cristales líquidos, bien simples o bien mezcla de varios. Medida de sus constantes en función de los diferentes parámetros que las modifican (temperatura, frecuencia, etc.).

b) Realizar electrodos diferentes de los aquí usados, con otros óxidos transparentes y distintos tratamientos superficiales para alineamiento de las moléculas. El uso de SiO_2 orientado, como ya ha sido hecho por otros grupos, puede ser una primera etapa.

c) Caracterizar de forma metódica el comportamiento electrohidrodinámico de las diferentes estructuras hasta frecuencias próximas a los 20 KHz.

d) Estudiar la influencia de las tensiones constantes y, en estos, la de los electrodos (efecto Felici o análogos).

e) Analizar el comportamiento dinámico de acuerdo con las impurezas existentes.

f) Generalizar el planteamiento temporal presentado a diferentes excitaciones además de a la pulsada que aquí se ha estudiado.

g) Optimizar la frecuencia óptica de trabajo para llegar a un compromiso entre las ventajas de longitudes de onda en el infrarrojo, para las que la atenuación es menor, y las en la zona del azul-verde, para los que Δn presenta su mayor valor.

h) Análogamente, optimizar la temperatura de trabajo entre temperaturas próximas a la transición nemático-isótropo, donde la viscosidad es menor y próximo a la transición fase previa-nemático, para los que Δn es mayor.

Todos estos no son sino un breve inventario de algunas de los muchos que se han encontrado a lo largo del presente trabajo y cuyo estudio deja una puerta abierta a la realización de dispositivos de aplicación en Comunicaciones Opticas con un alto grado de interés tecnológico.

BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

- (1) ASSOULINE, G., DMITRIEFF, A., HARENG, M. et LEIBA, E.;
 "Diffraction d'un faisceau laser par un cristal liquide
 nematique soumis a un champ electrique", Comptes Rendus
 Acad. Sc. Paris. Vol. 271, Série B, Pág. 857-860. 19 Oc
 tobre 1970.
- (2) BAISE, A.I. and LABES, M.M.: "Effect of dielectric anisotro
 py on twisted nematics". Applied Physics Letters. Vol.
 24, N° 7, Pág. 298-300. 1, April, 1974.
- (3) BALZARINI, D.A.: "Temperature dependence of birefringence
 in liquid crystals". Physical Review Letters, Vol. 25,
 N° 14, 914-915, t Oct. 1970.
- (4) BARRATT, P.J.: "Some features of a continuum description of
 disclination lines in nematic liquid crystals". Molecu
 lar Crystals and Liquid Crystals. Vol. 24, Pág. 223-237,
 1973.
- (5) BATA, L., BUKA, A. and JANOSSY, I.: "Reorientation of nema
 tic liquid crystal films by alternating and static fields"
 Solid State Communications. Vol. 15, Pág. 647-649, 1974.
- (6) BENNETT, F.D., CARTER, W.C. and BERGDOLT, V.E.: "Interfero
 metric analysis of airflow about projectiles in free
 flight". J. Appl. Physics, Vol. 23, N° 4, pp. 453-469,
 April 1952.
- (7) BERREMAN, D.W.: "Liquid-crystal twist cell dynamics with
 backflow". Journal of Applied Physics. Vol. 46, N° 9,
 Pág. 3746-3751. September, 1975.
- (8) BERREMAN, D.W.: "Optics in smoothly varying anisotropic
 planar structures: Application to liquid-crystal twist
 cells". Journal of the Optical Society of America. Vol.
 63, N° 11, Pág. 1474-1380. November, 1973,

- (9) BERREMAN, D.W.: "Dynamics of liquid-crystal twist cells".
Applied Physics Letters, Vol. 25, N° 1, Pág. 12-15.
1 July 1974.
- (10) BIGELOW, J.E. and KASHNOW, R.A.: "Poincaré sphere analysis
of liquid crystal optics". Applied Optics, Vol. 16, N°
8, pp. 2090-2096, August 1977.
- (11) BIGELOW, J.E. and KASHNOW, R.A.: "Observations of a bista-
ble twisted nematic liquid-crystal effect". IEEE Tran-
sactions on Electron Devices. Vol. ED-22, N° 9, Pág.
730-733, September, 1975.
- (12) BIRECKI, I. and KAHN, F.J.: "The optics of twisted nematic
liquid-crystal displays". J. Appl. Phys., Vol. 51, N°
4, pp. 1950-1954, April 1980.
- (13) BOLOMEY, P.H.: "Comportement d'un cristal liquide nematique
sous l'action du champ electrique". Mol. Cryst. Liq.
Cryst. Vol. 29, Pág. 103-115, 1974.
- (14) BOLOMEY, P.H.: "Deformation de l'alignement moleculaire et
formation des "chevrons" dans un nematique en regime
dielectrique". Mol. Cryst. Liq. Cryst. Vol. 31, Pág.
145-151. 1975.
- (15) BORN, M. and WOLF, E.: Principles of optics , Pergamon
Press, 3^a Edicion, 1965 (Oxford).
- (16) BRANDSTRATTER, J.J.: An introduction to waves, rays and
radiation in plasma media. Mc. Graw-Hill. 1963.
- (17) BROCHARD, F.: "BACKFLOW EFFECTS IN NEMATIC LIQUID CRYSTALS",
Mol. Cryst. Liq. Crystals, Vol. 23, 51-58, 1973.
- (18) BROWN, G.H., DOANE, J.W. and NEFF, D.D.: A Review of the
structure and physical properties of liquid crystals,
CRC Press, Cleveland, Ohio, 1971.

- (19) BRUNET, M. - GERMAIN: "Indices des mélanges de para-azoxyanisole et de para-azoxy phénétol dans l'état nématique. Interprétation des résultats à l'aide de la théorie de Maier et Saupe, Mol. Cryst. Liq. Cryst., Vol. 11, 289-303, 1970.
- (20) BRUNET, M - GERMAIN: "Indices du p-méthoxy benzilidene P,N-butylaniline (MBBA)". Comptes Rendus Acad. Scienc. Paris, t. 271 B, 1075-1077, 23 Nov. 1970.
- (21) BUCK, W.E. and HOLLAND, T.E.: "Optical beam deflector". Appl. Phys. Letters, Vol. 8, pp. 198-199, April 1966.
- (22) CARROLL, T.O.: "Liquid-crystal diffraction grating". Journal of Applied Physics. Vol. 43, N° 3, Pâg. 767-770. March. 1972.
- (23) CARROLL, T.O.: "Dependence of conduction-induced alignment of nematic-liquid crystals upon voltage above threshold". J. Appl. Phys. Vol. 43, N° 4; Pâg. 1342-1346. 4 April 1972.
- (24) CHANDRASEKHAR, S.: Liquid Crystals. Cambridge University Press, 1977 (Cambridge).
- (25) CHANG, R.: "The anisotropic refractive indices of aligned MBBA liquid crystal films". Mol. Cryst. Liq., Vol. 28, 1-8, 1973.
- (26) CHATELAIN, P. et GERMAIN, M.: "Indices des mélanges de paraazoxyanisole et de para-azoxy phénétol dans l'état nématique". Comptes Rendus Acad. Scienc, Paris. T. 259, 127-130. 6 Juillet - 1964).
- (27) CHEN, F.S., GEUSIC, J.E., KURTZ, S.K., SKINNER, J.G. and WEMPLE, J.H.: "Light modulation and beam deflection with potassium tantalate - niobate crystals", J. Appl. Vol. 37, pp. 388-398, 1966.

- (28) CLADIS, P.E.: "Study of the nematic and smectic A phases of N-P-cyano benzylidene -p-n-octyloxyaniline in tubes". Philosophical Magazine, 29, pág. 641-663, 1975.
- (29) CLADIS, P.E. and KLEMAN, M.: "Non-singular disclinations of strength $S = +1$ in nematics". Le Journal de Physique. Vol. 33, Pág. 591-598, Mai-Juin 1972.
- (30) CLADIS, P.E. and WHITE, A.E.: "A polarizing oriented smectic beam splitter". Journal of Applied Physics. Vol. 47, Pág. 1256-57, N° 4, April. 1976.
- (31) CRC , Standard mathematical tables, 1973.
- (32) CREAGH, L.T.: "Nematic liquid crystal materials for displays". Proceedings of the IEEE. Vol. 61, N° 7, Pág. 814-822, July, 1973.
- (33) DEULING, H.J.: "Deformation pattern of twisted nematic liquid crystal layers in a electric field". Mol. Cryst. Liq. Cryst. Vol. 27, Pág. 81-93, 1975.
- (34) DEULING, H.J.: "Elasticity of nematic liquids crystals". Solid State Physics, Supplement 14, Academic Press, Juc., 1978.
- (35) DIGUET, D., RONDELEZ, F. et DURAND, G.: "Anisotropie de la constante diélectrique et de la conductivité du p-méthoxy-benzidilène p-n-butylaniline en phase nématique". Comptes Rendus Acad. Scienc. Paris, t. 271 B, 954-957, 2 Nov., 1970.
- (36) DITCHBURN, D.: Light , Academic Press, 1976.
- (37) VAN DOORN, C.Z.: "Dynamic behavior of twisted nematic liquid-crystal layers in switched fields", Journal of Applied Physics. Vol. 46, N° 9, Pág. 3738-3745. September, 1975.

- (38) VAN DOORN, C.Z.: "On the magnetic threshold for the alignment of a twisted nematic crystal". Physics Letters. Vol. 42A, N° 7, Pág. 537-539. 29, January, 1973.
- (39) DUBOIS, E. - VIOLETTE, P.G. de GENNES and PARODI, O.: "Hydrodynamic instabilities of nematic liquid crystal under A.C. Electric fields". Le Journal de Physique. Vol. 32, Pág. 305-317. Avril 1971.
- (40) DURAND, G., VEYSSIE, M, RONDELEZ, F. et LEGER, L.: "Effet electrohydrodynamique dans un cristal liquid nematique". Comptes Rendus Acad. Sc. Paris. Vol. 270, Série B, Pág. 97-100. 5 Janvier 1970.
- (41) DZYALOSHINSKII, I.E.: "Theory of disclinations in liquid crystals". Soviet Physics Jetp. Vol. 31, N° 4, Pág. 773-777. October, 1970.
- (42) ELSGOLTZ, L.: Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional. Editorial Mir, Moscu, 196
- (43) FOWLER, V.J. and SCHLAFFER, J.: "A survey of laser beam deflection techniques". Proceedings of the IEEE. Vol. 54, N° 10, Pág. 1437-1444. 10 October, 1966.
- (44) FOWLER, V.J., BUHRER, C.F. and BLOOM, L.R.: "Electro-optic Beam Deflector". Proc. IEEE (correspondence), Vol. 52, pp. 193-194, Feb. 1954.
- (45) FRANK, F.C.: "On the theory of liquid crystals". Faraday Soc. Disc. Vol. 25, Pág. 19-28. 1958.
- (46) FRAY, A.F. and JONES, D.: "Large-angle beam deflector using liquid crystals". Electronics Letters. Vol. 11, N° 16, Pág. 358-359. 7, August 1975.
- (47) GALERNE, Y., DURAND, G., VEYSSIE, M. and PONTIKIS, V.: "Electrohydrodynamic instability in a nematic liquid cristal: effect of an additional stabilizing electronic field on the spatial period of 'chevrons'". Physics

Letters. Vol. 38 A, N° 6, Pág. 449-450, 13 March 1972.

- (48) GENNES, P.G. de: The physics of liquid crystals, Clarendon Press, Oxford, 1974,
- (49) GENNES, P.G. de: "Fluctuations d'orientation et diffusion rayleigh dans un cristal nématique". Comptes Rendus, Acad. Scienc. Paris, 266 B, 15-17, 1968.
- (50) GERRITSMA, C.J., DOORN, C.Z. Von and VON ZANTEN, P.: "Transient effects in the electrically controlled light transmission of a twisted nematic layer". Physics Letters. Vol. 48 A, N° 4, Pág. 263-264. 1 July 1974.
- (51) GERRITSMA, C.J., JEU, W.H. de and VAN ZANTEN, P.: "Distortion of a twisted nematic liquid crystal by a magnetic field". Physics Letters. Vol. 36 A, N° 5, Pág. 389-390, 27 September 1971.
- (52) GIALLORENZI, T.G.: "Acousto-optical deflection in thin-film waveguides". J. Appl. Phys. Vol. 44, N° 1, Pág. 242-253. January, 1973.
- (53) GIALLORENZI, T.G. and MILTON, A.F.: "Light deflection in multimode waveguides using the acousto-optic interaction". Journal of Applied Physics. Vol. 45, N° 4, Pág. 1752-1774. April, 1974.
- (54) GIAROLA, A.J. and BILLETER, T.R.: "Electroacoustic deflection of a coherent light beam". Proc. IEEE (correspondence), Vol. 51, pp. 1150-1151, August, 1963.
- (55) GOOCH, C.H. and TARRY, H.A.: "Optical characteristics of twisted nematic liquid-crystal films". Electronics Letters. Vol. 10, N° 1, Pág. 2-4, 10, January, 1974.
- (56) GOOSSENS, W.J.A.: Electrohydrodynamic instabilities in nematic liquid crystals. Advances in Liquid Crystals. (G.R. Brown Ed. Academic, New York, 1975),

- (57) GRADSTEYN, I.S. and RYZHIZ, J.W.: Table of integrals, series and products . Academic Press, 1965.
- (58) GRANDJEAN, M.F.: "Nouveaux exemples du calcul des rayons extraordinaires pour certaines structures de liquides anisotropes". Comptes Rendus Hebd. Seanc. Acad. Sci. Paris. 168, 408-410, 24 Fev. 1919.
- (59) GRANDJEAN, M.F.: "Calcul des rayons extraordinaires pour certains structures de liquides anisotropes", Comptes Rendus Hebd. Seanc. Acad. Sci. Paris. Vol. 168, 91-94, 13 Janvier 1919,
- (60) GREUBEL, W. and WOLFF, V.: "Electrically controllable domains in nematic liquids crystals". Applied Physics. Letters, Vol. 19, N° 7, pp. 213-215, 1971.
- (61) GRINBERG, J. and JACOBSON, A.D.: "Transmission characteristics of a twisted nematic liquid-crystal layer". J. Opt. Soc. Am. Vol. 66, N° 10, Pág. 1003-1009, October 1976.
- (62) GRULER, H. and CHEUNG, L.: "Dielectric alignment in an electrically conducting nematic liquid crystal". Journal of Applied Physics. Vol. 46, N° 12, Pág. 5097-5100. December 1975.
- (63) GRULER, H. and MEIER, G.: "Electric field-induced deformations in oriented liquid crystals of the nematic type". Molecular Crystals and Liquid Crystals. Vol. 16, Pág. 299-310, 1972.
- (64) GRULER, H.: "Williams domains and dielectric alignment in a nematic liquid crystal". Mol. Cryst. Liq. Cryst. Vol. 27, Pág. 31-41, 1973.

- (65) HAAS, W., JOHANNES, R, and CHOLET, P.: "Light beam using the kerr effect in single crystal prisms of Ba Ti O_3 ". Appl. Opt., Vol. 3, pp. 988-989 1964.
- (66) JOHNSON, C.C.: Field and wave electrodynamics. Mc. Graw-Hill, New York. 1965.
- (67) HALLER, I.: "Elastic constants of the nematic liquid crystalline phase of the p-methoxybenzylidene -p-nbutylaniline (MBBA)". The Journal of Chemical Physics, Vol. 57, N° 4, 1400-1405, 16 Aug. 1972.
- (68) HALLER, I., HUGGINS, H.A. and FREISER, M.J.: "On the measurement of indices de refraction of nematic liquids". Mol. Cryst. Liq. Cryst., Vol. 16, 53-59, 1972.
- (69) HARENG, M., ASSOULINE, G. et LEIBA, E.: "La biréfringence électriquement contrôlée dans les cristaux liquides nématiques". Applied Optics, Vol. 11, N° 12, 2920-2925, December 1972.
- (70) HEILMEIER, G.H. and HELFRICH, W.: "Orientational oscillations in nematic liquid crystals". Applied Physics Letters. Vol. 16, N° 4, Pág. 155-157. 15 February 1970.
- (71) HEILMEIER, G.H., ZANONI, L.A. and BARTON, L.A.: "Dynamic scattering: a new electrooptic effect in certain classes of nematic liquid crystals". Proceedings of the IEEE, Vol. 56, N° 7, pp. 1162-1171, 1968.
- (72) HELFRICH, W.: "Orientation pattern of domains in nematic p-azoxyanisole". J. Chem. Phys. Vol. 51, Pág. 2755-2756. 1969.
- (73) HELFRICH, W.: "Conduction-induced alignment of nematic liquid crystals: basic model and stability considerations". The Journal of Chemical Physics. Vol. 51, N° 9, Pág. 4092-4105. 1 November 1969.

- (74) HELFRICH, W.: "Electric alignment of liquid crystals",
Molecular Crystals and Liquid Crystals. Vol. 21, Pág.
187-209. 1973.
- (75) HU, C. and WHINNERY, J.R.: "Field-realigned nematic-liquid-
crystal optical waveguides". IEEE Journal of Quantum
Electronics. Vol. QE-10, N° 7, Pág. 556-562. July. 1971.
- (76) HU, C., WHINNERY, J.R. and AMER, N.M.: "Optical deflection
in thin-film nematic-liquid-crystal waveguides". IEEE
Journal of Quantum Electronics. Vol. QE-10, N° 2, Pág.
218-222. February, 1974.
- (77) HUNTER, A.M. II and SCHREIBER, P.W.: "Mach-Zehnder interfe-
rometer data reduction method for refractively inhom-
ogeneous test objects". Appl. Optics, Vol. 14, N° 3,
pp. 634-639.
- (78) JAKEMAN, E. and RAYNES, E.P.: "Electro-optic response times
in liquid crystals". Physics Letters, Vol. 39 A, N° 1,
69-70, 10 April 1972.
- (79) JERRARD, H.G.: "Transmission of light through birefringent
and optically active media: the Poincaré sphere". J.
Opt. Soc. Amer., Vol. 44, pp. 634-640, August 1954.
- (80) JEU, W.H. de: "Instabilities of nematic liquid crystals
in pulsating electric fields". Physics Letters. Vol.
37 A, N° 5, Pág. 365-366. 20 December 1971.
- (81) JEU, W.H. de and GERRITSMA, C.J.: "Electrohydrodynamic
instabilities in some nematic azoxy compounds with
dielectric anisotropies of different sign". The Jour-
nal of Chemical Physics. Vol. 56, N° 10, Pág. 4752-
4755. 15 May 1972.

- (82) KAHL, C.D. and MYLIN, D.C.: "Refractive deviation errors of interferograms". Journal of the Opt. Soc. of America, Vol. 55, N° 4, pp. 364-372, April 1965.
- (83) KALIBJIAN, R., HUEN, T., MANINGEX, C. and YEE, J.: "Laser Deflection modulation in a CdS prism". Proc. IEEE. (Correspondence) Vol. 53, pp. 539, May 1965.
- (84) KASHNOW, R.A. and BIGELOW, J.E.: "Diffraction from a liquid crystal phase grating". Applied Optics. Vol. 12, N° 10, Pág. 2302-2304. October 1973.
- (85) KASHNOW, R.A. and COLE, H.S.: "Electric effects in MBBA/PEBAB mixtures". Molecular crystal and liquid crystals.. Vol. 23, Pág. 329-342. 1973.
- (86) KASHNOW, R.A. and COLE, H.S.: "Electrohydrodynamic instabilities in a high-purity nematic liquid crystal". J. Appl. Physics. Vol. 42, Pág. 2134-2135. 15 November 1970.
- (87) KASHNOW, R.A. and STEIN, C.R.: "Total-reflection liquid-crystal electrooptic device". Applied Optics. Vol. 12, N° 10, Pág. 2309-2311. October, 1973.
- (88) KELKER, H.: "History of liquid crystals". Mol. Cryst. Liq. Crystals, Vol. 21, pp. 1-48, 1973 .
- (89) KLEMAN, M.: "Defects in liquid crystals". Capítulo de Advances in Liquids Crystal (Vol. 1), Edited by G.H. Brown, Academic Press, 1975 (New York).
- (90) KLINE, M. and KAY, J.W.: Electromagnetic theory and geometrical optics. Wiley and Sons, 1965.
- (91) KODAK: Eastman liquid crystal products.

- (92) KRASNOV, M.L., MAKARENKO, G.I. y KISELIOV, A.J.: Cálculo Variacional. Editorial Mir, Moscu, 1976.
- (93) KRUGER, U., PEPPERL, R. and SCHMIDT, U.J.: "Electrooptic materials for digital light beam deflectors". Proceedings of the IEEE. Vol. 61, N° 7, Pág. 992-1007. July, 1973.
- (94) KUCZYNSKI, W. and STRYXA, B.: "Interference method for the determination of refractive indices and birefringence of liquid crystals". Mol. Cryst. Liq. Cryst., Vol. 31, 267-273. 1975.
- (95) KULCKE, W., KOSANKE, K., MAX, E., HABEGGER, M.A., HARRIS, T.J. and KLEISHER, H.: "Digital light deflectors". Proceedings of the IEEE. Vol. 54, N° 10, Pág. 1419-1429. October, 1966.
- (96) LABRUNIE, G. and ROBERT, J.: "Transient behavior of the electrically controlled birefringence in a nematic liquid crystal". Journal of Applied Physics, Vol. 44, N° 1, 4869-4874, Nov. 1973.
- (97) LABRUNIE, G. and VALETTE, S.: "Nematic liquid crystal digital light deflector". Applied Optics. Vol. 13, N° 8, Pág. 1802-1896. August. 1974.
- (98) LU, S. and JONES, D.: "Light diffraction phenomena in an ac-excited nematic liquid-crystal sample". J. Appl. Physics. Pág. 2138-2140. 11 November 1980.
- (99) MADA, H. and KOBAYASHI, S.: "Wavelength and voltage dependences of refractive indices of nematic liquids crystals". Mol. Crystal. Liquid. Crystal, Vol. 33, 47-53, 1976.
- (100) MARHIC, M.E., HO, P.S. and EPSTEIN, M.: "Nondestructive refractive-index profile measurements of clad optical fibers". Applied Physics Letters, Vol. 26, N° 10, 574-575, 15 May, 1975.

- (101) MARTIN PEREDA, J.A.: Notas de clase del Curso de doctorado: "Evolución histórica del pensamiento científico en la filosofía occidental". Año 1979-80.
- (102) MAUGIN, M.CH.: "Sur la representation geometrique de Poincaré relative aux proprietes optiques des piles de lames". Bull. Soc. Franc. Mineral, Vol. 34, 6-15, 1911.
- (103) MAUGIN, M. CH.: "Sur les cristeaux liquides de lehmann". Bull. Soc. Franc. Mineral, Vol. 34, 71-117, 1911.
- (104) MAZE, C. and JOHNSON, D.: "Determination of nematic liquid crystal elastic and dielectric constans from birrefringence experiments". Mol. Cryst. Liquid. Crystal., Vol. 33, 213-225, 1976.
- (105) INTYRE, P. Mc.: "Transmission of light through a twisted nematic liquid-crystal layer". J. Opt. Soc. Am. Vol. 68, N° 6, Pág. 869-872. June, 1978.
- (106) MELZER, D. and NABARRO, F.R.N.: "Optical studies of a nematic liquid crystal with circumferential surface orientation in a capillary". Philosophical magazine. 35, 4, 901-906, 1977.
- (107) MELZER, D. and NABARRO, F.R.N.: "Cols and noeuds in a nematic liquid crystal with a homeotropic cylindrical boundary". Philosophical Magazine. Vol. 35, N° 4, 907-915. 1977.
- (108) MEYER, R.B.: "On the existence of even indexed disclinations in nematic liquid crystals". Philos. Magazine, Vol. 27, 405-424. 1973.
- (109) MERCK: Catalogo cristales líquidos (Nematiche Phasen licristal).

- (110) MICHEL, R.E. and SMITH, G.W.: "Dependence of birefringence threshold voltage on dielectric anisotropy in a nematic liquid crystal". Journal of Applied Physics. Vol. 45, N° 8, Pág. 3234-3236, August, 1974.
- (111) NELSON, T.J.: "Digital light deflection". The Bell System Technical Journal. Vol. 43, N° 3, Pág. 821-845. May 1964.
- (112) OGAWA, F., TANI, C. and SAITO, F.: "New Electro-optical effect: Optical activity of electronic-field-induced twisted-nematic liquid crystal". Electronics Letters. Vol. 12, N° 3, Pág. 70-71. 5th. February, 1976.
- (113) ORSAY LIQUID CRYSTAL GROUP: "Transition between conduction and dielectric of the electrohydrodynamic instabilities in a nematic liquid crystal". Physics Letters. Vol. 39A, N° 3, Pág. 181-182. 8 May 1972.
- (114) ORASY LIQUID CRYSTAL GROUP: "Ac and dc regimes of the electrohydrodynamic instabilities in nematic liquid crystals". Molecular Crystals and Liquid Crystals. Vol. 12, Pág. 251-266. 1971.
- (115) ORASY LIQUID CRYSTAL GROUP: "Hydrodynamic instabilities in nematic liquids under ac electric fields". Physical Review Letters. Vol. 25, N° 24, Pág. 1642-1643. 14 December 1970.
- (116) OSEEN, C.W.: "The theory of liquid crystals". Trans. Faraday Soc., 29, p. 883, 1933 .
- (117) PENZ, P.A.: "Electrohydrodynamic solutions for nematic liquid crystals". Appl. Phys. Lett. Vol. 20, N° 11, Pág. 415-416, 1 June 1972.
- (118) PENZ, P.A.: "Voltage-induced vorticity and optical focusing in liquid crystals". Physical Review Letters. Vol. 24, N° 25, Pág. 1405-1409. 22 June 1970.

- (119) PENZ, P.A.: "Electrohydrodynamic solutions for nematic liquid crystals with positive dielectric anisotropy". Molecular Crystals and Liquid Crystals. Vol. 23, Pág. 1-11, 1973.
- (120) PENZ, P.A.: "Order parameter distribution for the electrohydrodynamic mode of a nematic liquid crystal". Molecular Crystals and liquid Crystals. Vol. 15, Pág. 141-160. 1971.
- (121) PENZ, P.A. and FORD, G.W.: "Electromagnetic hidrodynamics of liquid crystals". Physical Review A. Vol. 6, N° 1, Pág. 414-425. July 1972.
- (122) PETRESCU, P. and GIURGEA, M.: "A new type of domain structure in nematic liquid crystals". Physics Letters, Vol. 59A, N° 1, pp. 41-42, 1976.
- (123) PIERANSKI, P., BROCHARD, F. and GUYON, E.: "Static and dynamic behavior of a nematic liquid crystal in a magnetic field" Part I: Static results. Journal de Physique, Vol. 33, 681-689. 1972.
- (124) PIERANSKI, P., BROCHARD, F. and GUYON, E.: "Static and dynamic behavior of a nematic liquid crystal in a magnetic field, Part II: Dynamics". Le Journal de Physique, Tome 34, 35-48, Janvier 1973.
- (125) PINCUS, P.: "Magnetic properties of liquid crystals". Journal of Applied Physics. Vol. 41, N° 3, Pág. 974-979, 1 March 1970.
- (126) POGGI, Y., ROBERT, J. and BOREL, J.: "Relations between liquid crystal order parameter and macroscopic physical coefficients-experimental proof". Mol. Cryst. Liquid. Crystal, Vol. 29, 311-322, 1975.

- (127) POHL, L.: "Performance of nematic phase 5, Sa and 6 in liquid crystal displays". 4th Int. Conf. on L.C. (Kent, Ohio, 1972).
- (128) PRIESTLEY, E.B.: Introduction to the optical properties of cholesteric and chiral nematic liquid crystals. Introduction to liquid crystals (RCA).
- (129) PUIG - ADAM: Ecuaciones Diferenciales. Biblioteca Matemática, 1970.
- (130) RANGANATH, G.S.: "On dislocations and disclinations". Mol. Cryst. Liq. Cryst. Vol. 34 (Letters), Pág. 71-73, 1976.
- (131) RANGANATH, G.S.: "Interaction between a cavity and a singularity in nematics". Mol. Cryst. Liq. Cryst. Vol. 40, Pág. 143-148, 1977.
- (132) RAYNES, E.P.: "Twisted nematic liquid-crystal electro-optic devices with areas of reverse twist". Electronics Letters. Vol. 9, Nº 5, Pág. 101-102. 8th. March. 1973.
- (133) ROBERT, J. et GHARADJEDAGHI, F.: "Rotation du plan de polarisation de la lumière dans une structure nématique en hélice". C.R. Acad. Sc. Paris. Vol. 278, Série V, Pág. 73-76. 14, Janvier, 1974.
- (134) ROBERT, J. LABRUINE, G. and BOREL, J.: "Static and transient electric field effect on homeotropic thin nematic layers" Mol. Cryst. Liq. Crystals, Vol. 23, 197-206, 1973.
- (135) ROSSI, B.: Fundamentos de óptica.. Editorial Reverte, Barcelona, 1973.
- (136) SANSA TORRES, F.J.: Contribución al estudio de los cristales líquidos como medios aptos para guías de ondas ópticas.. ETSIT (1979) (Tesis Doctoral).

- (137) SASAKI, A. and ISHIBASHI, T.: "Liquid-Crystal light deflector". Electronics Letters. Vol. 15, N° 10, Pág. 293-294. 10, May 1979.
- (138) SAUNDERS, M.J. and GARDNER, W.B.: "Nondestructive interferometric measurement of the delta and alpha of clad optical fibers". Applied Optics, Vol. 16, N° 9, pp. 2368-2371, September 1977.
- (139) SCHADT, M. and HELFRICH, W.: "Voltage-dependent optical activity of a twisted nematic liquid crystal". Applied Physics Letters. Vol. 18, N° 4, Pág. 127-128. 15, February, 1971.
- (140) SCHMIDT, V.J.: "A high speed digital light beam deflector". Phys. Lett., Vol. 12, pp. 205-206, Oct. 1964.
- (141) SCUDIERI, F.: "Cylindrically aligned liquid crystals: an interferometric analysis". Applied Optics. Vol. 18, N° 9, Pág. 1455-1459, May 1979.
- (142) SHSMIDHARA, J. and SUBRAMMANYAM, H.S.: "Refractive indices and molecular order in 4, 4' Bis (Punty loxy) azoxy benzene in the nematic state". Mol. Cryst. Liquid. Cryst., Vol. 33, 77-82, 1976.
- (143) SHENG, P.: Introduction to the elastic continuum theory of liquid crystals. Introduction to Liquid Crystals (RCA).
- (144) SHERIDAN, J.P. and GIALLORENZI, T.G.: "Electro-optically induced deflection in liquid-crystal waveguides". Journal of Applied Physics. Vol. 45, N° 12, Pág. 5160-5163. December, 1974.
- (145) SOREF, R.A.: "Liquid-cristal fiber-optic switch". Optics Letters. Vol. 4, N° 5, Pág. 155-157. May 1979.

- (146) SOREF, R.A. and Mc.MAHON, D.H.: "Total switching of unpolarized fiber light with a four-port electro-optic liquid-crystal device". Optics Letters. Vol. 5, No 4, Pág. 147-149. April 1980.
- (147) SOREF, R.A. and Mc.MAHON, D.H.: "Optical design of wollaston-prism digital light deflectors". App. Opt. Vol. 5, pp. 425-434. March 1966.
- (148) SOREF, R.A. and RAFUSE, M.J.: "Electrically controlled birefringence of thin nematic films". Journal of Applied Physics, Vol. 43, No 5, May 1972.
- (149) STONE, F.T.: "Rapid optical fiber delta measurement by refractive index tuning". Applied Optics, Vol. 16, No 10, pp. 2738-2742, October 1977.
- (150) SUSSMAN, A.: "Secondary hydrodynamic structure in dynamic scattering". Appl. Phys. Lett. Vol. 21, No 6, Pág. 269-272. 15 September 1972.
- (151) SUSSMAN, A.: "Electrooptic liquid crystal devices: principles and applications". IEEE Transactions on Parts, Hybrids and Pack, Vol. PHP-8. No 4, 24-37. December 1972.
- (152) TABOR, W.J.: "The use of wollaston prisms for a high-capacity digital light deflector". The Bell System Technical Journal. Vol. 43, No 3, Pág. 1153-1154. May, 1964.
- (153) TARRY, H.A.: "Effect of temperature on the transient response of twisted nematic liquid-crystal films". Electronic Letters 24 th. July 1975, Vol. 11, No 15, 339-341, 1975.
- (154) THEOCARIS, P.S.: "Elliptic polarization represented by the carter and smith charts". Applied Optics. Vol. 18, No 23, Pág. 4017-4024. 1 December 1979.

- (155) TSUCHIYA, H. and NAKAMURA, K.: "Effects of magnetic field on domain formation, in nematic liquid crystal MBBA". Mol. Cryst. Liq. Cryst. Vol. 29, Pág. 89-101, 1974.
- (156) VEST, C.M.: "Interferometry of strongly refracting axisymmetric phase objects". Applied Optics, Vol. 14, N° 7, pp. 1601-1606, July 1975.
- (157) VRIES, H.L. de: "Rotatory power and other optical properties of certain liquid crystals". Acta Cryst., Vol. 4, 219-226, 1951.
- (158) WILLIAMS, R.: "Domains in liquid crystals". The Journal of Chemical Physics. Vol. 39, N° 2, Pág. 384-388. 15 July 1953.
- (159) WILLIAMS, C.E., CLADIS, P.E. and KLEMAN, M.: "Screw disclinations in nematic samples with cylindrical symmetry". Molecular Crystals and Liquid Crystals. Vol. 21, Pág. 355-373, 1973.
- (160) WILLIAMS, C., PIERANSKY, P. and CLADIS, P.E.: "Nonsingular $s = +1$ screw disclination lines in nematics". Physical Review Letters. Vol. 29, 2, 90-92, 10 July 1972.
- (161) WINNERY, J.R., HU, C. and KWON, Y.S.: "Liquid-crystal wave guides for integrated optics". IEEE Journal of Quantum Electronics. Vol. QE-13, N° 4, Pág. 262-267. April, 1977.
- (162) ZOCHER, H.: "The effect of a magnetic field on the nematic state". Trans. Faraday Soc., 29, p. 945 (1933).

APENDICES

APENDICE A. DETALLE PARCIAL DEL COMPORTAMIENTO (CAMPO MAGNETICO-CORRIENTE) DEL ELECTROIMAN EMPLEADO, EN FUNCION DE LA SEPARACION ENTRE PIEZAS POLARES.

El autor del presente trabajo desarrolló, durante el año 1978, y como parte de su Proyecto Fin de Carrera un Equipo medidor de las propiedades magnetoópticas en fibras ópticas que tenía como fin esencial el de la medida de la constante de Verdet de los materiales empleados en la fabricación de dichas fibras ópticas. La parte mas significativa de éste equipo era un electroimán que, proporcionando un campo magnético lo suficientemente intenso, fuera capaz de originar un giro apreciable de la dirección de polarización de la radiación transmitida a través de la fibra óptica. Este electroimán fué completamente diseñado, tanto teórica como prácticamente, en dicho Proyecto Fin de Carrera quedando reflejados en el mismo todos los cálculos efectuados. Este electroimán, una vez iniciado el presente trabajo, resultó ser necesario para el estudio de la deflexión magnetoóptica en capilares de cristal líquido por lo que se procedió a su realización práctica. Los cálculos desarrollados en el anterior trabajo, y de los que en el mismo queda constancia, resultaron concordar plenamente con los empíricos obtenidos en esta realización práctica. El detalle de su comportamiento queda reflejado gráficamente en la Fig A.1, en la que se muestra el valor del campo magnético obtenido en función de la corriente aplicada, para diferentes separaciones de las piezas polares. El detalle y forma de dichas piezas polares, así como del bobinado, puede verse en el citado Proyecto Fin de Carrera.

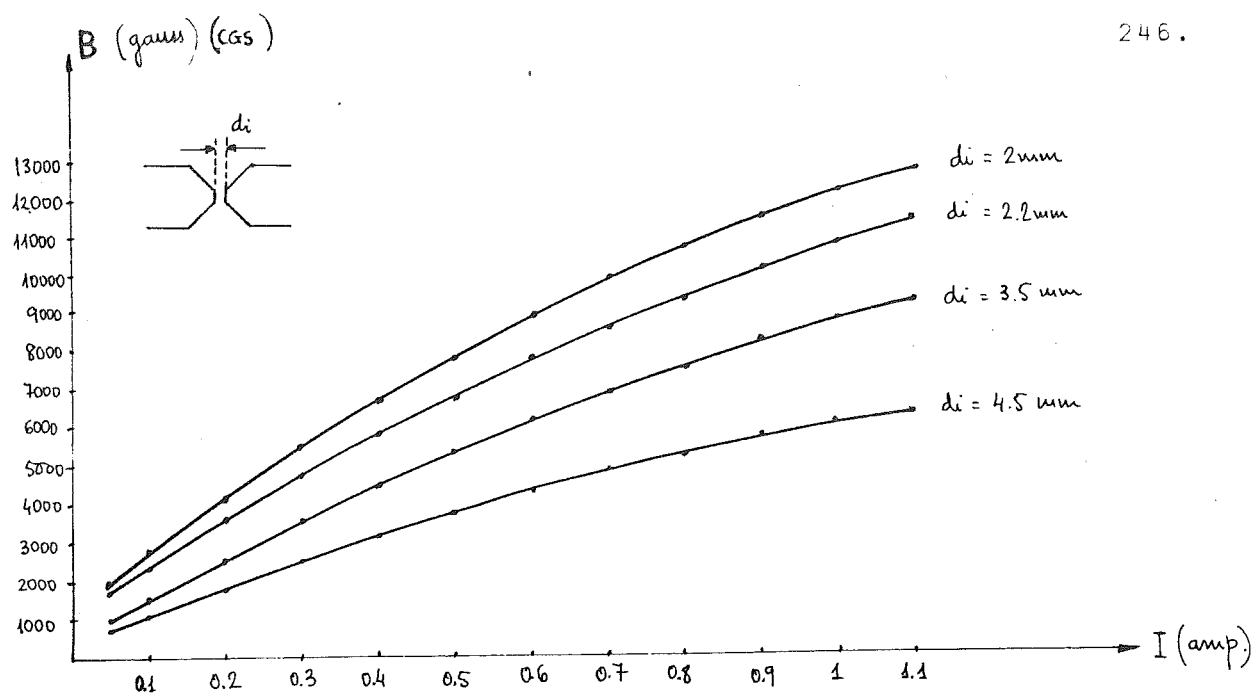
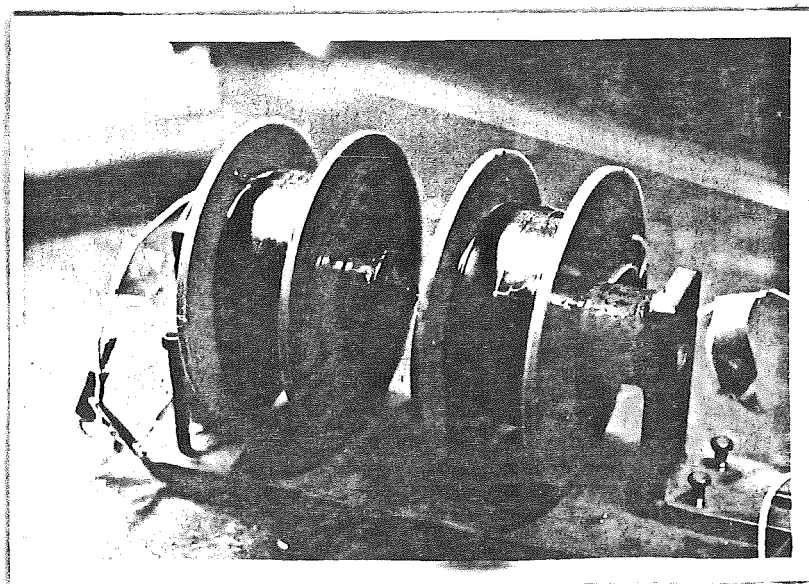
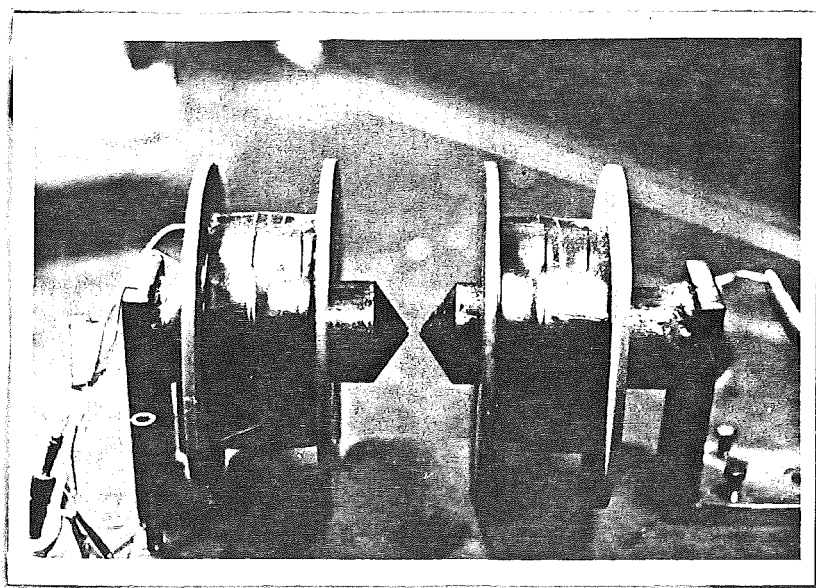


Fig A.1



APENDICE C. PROGRAMA EMPLEADO PARA EL ANALISIS INTERFEROMETRICO
DE MACH-ZEHNDER.

TITOLO
TITEL
TITEL

PROGRAMMATORE
PROGRAMMERARE
PROGRAMMER
PROGRAMMEUR

POS. ADR TRIN LOC.	COD. KOD KODE CODE	TASTO TANGENT TAST TOETS	COMMENTO KOMMENTAR KOMMENTAR TOELICHTING
0		M ₁₀ ← X	M ₁₃ ← ne
1		M ₁₁ ← R	M ₁₄ ← no
2		M ₁₂ ← R/2	M ₁₅ ← nr
3			

000 76 LBL
 001 16 R¹
 002 53 (
 003 33 X²
 004 42 STD
 005 06 06
 006 54)
 007 53 (
 008 53 (
 009 53 (
 010 43 RCL
 011 06 06
 012 85 +
 013 53 (
 014 43 RCL
 015 10 10
 016 33 X²
 017 54)
 018 54)
 019 55 ÷
 020 53 (
 021 43 RCL
 022 11 11
 023 33 X²
 024 54)
 025 54)
 026 42 STD
 027 09 09
 028 54)
 029 53 (
 030 53 (
 031 53 (
 032 43 RCL
 033 12 12
 034 33 X²
 035 54)
 036 85 +
 037 01 1
 038 54)
 039 34 FX
 040 42 STD
 041 08 08
 042 54)
 043 53 (

044 53 (
 045 43 RCL
 046 09 09
 047 45 YX
 048 43 RCL
 049 08 08
 050 54)
 051 42 STD
 052 07 07
 053 54)
 054 53 (
 055 53 (
 056 53 (
 057 53 (
 058 43 RCL
 059 13 13
 060 65 X
 061 53 (
 062 01 1
 063 85 +
 064 43 RCL
 065 07 07
 066 54)
 067 54)
 068 55 ÷
 069 53 (
 070 53 (
 071 53 (
 072 53 (
 073 53 (
 074 43 RCL
 075 11 11
 076 33 X²
 077 65 X
 078 43 RCL
 079 09 09
 080 54)
 081 45 YX
 082 53 (
 083 43 RCL
 084 08 08
 085 75 -
 086 01 1
 087 54)
 088 54)
 089 55 ÷
 090 53 (
 091 53 (
 092 43 RCL
 093 11 11
 094 33 X²
 095 54)
 096 45 YX
 097 43 RCL

TI PROGRAMMABLE
 MODULO DI PROGRAMMAZIONE
 KOD FORMULAR
 PROGRAMBLAD
 PROGRAMMABLAD



098 08 08
 099 54)
 100 54)
 101 65 X
 102 04 4
 103 65 X
 104 53 (
 105 53 (
 106 43 RCL
 107 10 10
 108 33 X²
 109 54)
 110 85 +
 111 53 (
 112 53 (
 113 43 RCL
 114 13 13
 115 55 ÷
 116 43 RCL
 117 14 14
 118 54)
 119 33 X²
 120 54)
 121 65 X
 122 43 RCL
 123 06 06
 124 54)
 125 85 +
 126 53 (
 127 53 (
 128 01 1
 129 75 -
 130 43 RCL
 131 07 07
 132 54)
 133 33 X²
 134 54)
 135 54)
 136 34 FX
 137 54)
 138 54)
 139 75 -
 140 43 RCL
 141 15 15
 142 54)
 143 65 X
 144 02 2
 145 54)
 146 92 RTN

APENDICE D. PROGRAMA PARA EL CALCULO DE LA TRAYECTORIA EN ES-
TRUCTURA CILINDRICA HOMEOTROPICA (PLANO x-z)

TITOLO
 TITEL
 TITEL
 PROGRAMMATORE
 PROGRAMMERARE
 PROGRAMMER
 PROGRAMMEUR

PAG.
 SIDA
 SIDE
 PAG.
 DATA
 DATUM
 DATUM

DI
 AV
 AF
 VAN

TI PROGRAMMABLE
 MODULO DI PROGRAMMAZIONE
 KOD FORMULAR
 PROGRAMBLAD
 PROGRAMMABLAD



POS. ADR TRIN LOC.	COD. KOD CODE	TASTO TANGENT TAST TOETS	COMMENTO KOMMENTAR KOMMENTAR TOELICHTING	POS. ADR TRIN LOC.	COD. KOD CODE	TASTO TANGENT TAST TOETS	COMMENTO KOMMENTAR KOMMENTAR TOELICHTING	POS. ADR TRIN LOC.	COD. KOD CODE	TASTO TANGENT TAST TOETS	COMMENTO KOMMENTAR KOMMENTAR TOELICHTING
0						029	34 FX			070	12 12
1						030	42 STD			071	54)
2		M10 ← n0				031	18 18			072	42 STD
3						032	54)			073	06 06
4		M11 ← ne				033	53 (074	54)
5						034	53 (075	53 (
6		M12 ← R				035	43 RCL			076	53 (
7						036	11 11			077	43 RCL
8						037	55 ÷			078	19 19
9						038	43 RCL			079	33 X²
0						039	10 10			080	54)
1						040	54)			081	65 X
		000 76 LBL				041	42 STD			082	43 RCL
		001 16 A*				042	19 19			083	17 17
		002 70 RAD				043	54)			084	85 +
		003 53 (044	53 (085	43 RCL
		004 39 COS				045	53 (086	16 16
		005 42 STD				046	43 RCL			087	54)
		006 15 15				047	13 13			088	42 STD
		007 54)				048	38 SIN			089	08 08
		008 53 (049	55 ÷			090	53 (
		009 43 RCL				050	43 RCL			091	53 (
		010 15 15				051	10 10			092	43 RCL
		011 33 X²				052	54)			093	08 08
		012 42 STD				053	42 STD			094	75 -
		013 16 16				054	09 09			095	53 (
		014 54)				055	54)			096	43 RCL
		015 53 (056	53 (097	09 09
		016 53 (057	24 CE			098	33 X²
		017 43 RCL				058	22 INV			099	54)
		018 16 16				059	38 SIN			100	54)
		019 94 +/-				060	42 STD			101	34 FX
		020 85 +				061	14 14			102	54)
		021 01 1				062	54)			103	42 STD
		022 54)				063	53 (104	07 07
		023 42 STD				064	53 (105	53 (
		024 17 17				065	43 RCL			106	53 (
		025 54)				066	14 14			107	53 (
		026 53 (067	30 TAN			108	53 (
		027 43 RCL				068	65 X			109	43 RCL
		028 17 17				069	43 RCL			110	19 19

TITOLO
TITEL
TITEL

PROGRAMMATORE
PROGRAMMERARE
PROGRAMMER
PROGRAMMEUR

PAG.
SIDA
SIDE
PAG.
DATA
DATUM
DATO
DATUM

DI
AV
AF
VAN

TI PROGRAMMABLE
MODULO DI PROGRAMMAZIONE
KOD FORMULAR
PROGRAMBLAD
PROGRAMMABLAD



POS. ADR TRIN LOC	COD. KOD KODE CODE	TASTO TANGENT TAST TOETS	COMMENTO KOMMENTAR KOMMENTAR TOELICHTING	POS. ADR TRIN LOC	COD. KOD KODE CODE	TASTO TANGENT TAST TOETS	COMMENTO KOMMENTAR KOMMENTAR TOELICHTING	POS. ADR TRIN LOC	COD. KOD KODE CODE	TASTO TANGENT TAST TOETS	COMMENTO KOMMENTAR KOMMENTAR TOELICHTING
111	33	XZ		5				0			
112	75	-		6				1			
113	01	1		7				2			
114	54)		8				3			
115	65	X		9				4			
116	43	RCL		0				5			
117	18	18		1				6			
118	65	X		2				7			
119	43	RCL		3				8			
120	15	15		4				9			
121	65	X		5				0			
122	43	RCL		6				1			
123	07	07		7				2			
124	65	X		8				3			
125	43	RCL		9				4			
126	12	12		0				5			
127	54)		1				6			
128	94	+/-		2				7			
129	75	-		3				8			
130	53	(4				9			
131	43	RCL		5				0			
132	12	12		6				1			
133	65	X		7				2			
134	43	RCL		8				3			
135	19	19		9				4			
136	65	X		0				5			
137	43	RCL		1				6			
138	09	09		2				7			
139	54)		3				8			
140	54)		4				9			
141	55	÷		5				0			
142	53	(6				1			
143	53	(7				2			
144	43	RCL		8				3			
145	15	15		9				4			
146	85	+		0				5			
147	01	1		1				6			
148	54)		2				7			
149	65	X		3				8			
150	43	RCL		4				9			
151	07	07		5				0			
152	65	X		6				1			
153	43	RCL		7				2			
154	08	08		8				3			
155	54)		9				4			
156	54)		0				5			
157	92	RTN		1				6			
7				2				7			
8				3				8			
9				4							
0				5							
1				6							
2				7							
3				8							
4				9							

CODICI COMPOSTI
KOPPLADE KODER
FLETTEDE KODER
SAMENGEVOEGDE CODES

62	Pgm	Ind	72	STO	Ind	83	GTO	Ind
63	Lrc	Ind	73	RCL	Ind	84	Op	Ind
64	Ptd	Ind	74	SUM	Ind	92	INV	SBR

TEXAS INSTRUMENTS